1 Allgemeines

1.1 Mathematische Grundlagen

Cramersche Regel: $Ax = b$; A_i ist i-te Spalte durch b ersetzt

$$x_i = \frac{det(A_i)}{det(A)}$$

$$Z = R + jX \Rightarrow X = \frac{Z}{\sqrt{1 + (\frac{R}{X})^2}}$$

1.2 Physikalische Grundlagen

$$P = F \cdot v = M \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dt}} = 2\pi n = 2\pi f = \frac{v}{r}$$

1.3 Lastganglinien

T_n: Nennbetriebsdauer
T_a Ausnutzungsadauer
T_{ben}: Benutzungsdauer
P_{max}: Höchstlast

$$W = P_{mittel} T_n = P_n T_a = P_{max} T_{ben}$$

1.4 Netzumformungen - Dreieck-Stern

$$\underline{\boldsymbol{Z}}_{12} = \frac{\underline{\boldsymbol{Z}}_1 \underline{\boldsymbol{Z}}_2 + \underline{\boldsymbol{Z}}_2 \underline{\boldsymbol{Z}}_3 + \underline{\boldsymbol{Z}}_3 \underline{\boldsymbol{Z}}_1}{\underline{\boldsymbol{Z}}_3}$$

$$\underline{\boldsymbol{Z}}_{23} = \frac{\underline{\boldsymbol{Z}}_1 \underline{\boldsymbol{Z}}_2 + \underline{\boldsymbol{Z}}_2 \underline{\boldsymbol{Z}}_3 + \underline{\boldsymbol{Z}}_3 \underline{\boldsymbol{Z}}_1}{\underline{\boldsymbol{Z}}_1}$$

$$\underline{\boldsymbol{Z}}_{31} = \frac{\underline{\boldsymbol{Z}}_1 \underline{\boldsymbol{Z}}_2 + \underline{\boldsymbol{Z}}_2 \underline{\boldsymbol{Z}}_3 + \underline{\boldsymbol{Z}}_3 \underline{\boldsymbol{Z}}_1}{\underline{\boldsymbol{Z}}_2}$$

$$\underline{\boldsymbol{Z}}_1 = \frac{\underline{\boldsymbol{Z}}_{12} \underline{\boldsymbol{Z}}_{31}}{\underline{\boldsymbol{Z}}_{12} + \underline{\boldsymbol{Z}}_{23} + \underline{\boldsymbol{Z}}_{31}}$$

$$\underline{\boldsymbol{Z}}_2 = \frac{\underline{\boldsymbol{Z}}_{12} \underline{\boldsymbol{Z}}_{23}}{\underline{\boldsymbol{Z}}_{12} + \underline{\boldsymbol{Z}}_{23} + \underline{\boldsymbol{Z}}_{31}}$$

$$\underline{\boldsymbol{Z}}_3 = \frac{\underline{\boldsymbol{Z}}_{23} \underline{\boldsymbol{Z}}_{31}}{\underline{\boldsymbol{Z}}_{12} + \underline{\boldsymbol{Z}}_{23} + \underline{\boldsymbol{Z}}_{31}}$$

2 Wechel-/Drehstromsystem

2.1 Wechselstromsystem

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

$$u(t) = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_u) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = \hat{i}\cos(\omega t + \varphi_i) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$\underline{\boldsymbol{u}}(t) = \hat{u}\exp\left(\mathrm{j}(\omega t + \varphi_u)\right)$$

$$u(t) = \Re(\underline{\boldsymbol{u}}(t))$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u^2(\tau)\ \mathrm{d}\tau}$$

2.2 Komplexe Leistung

$$\lambda = \frac{|P|}{S} = \cos(\varphi)$$

$$p(t) = P + S \cdot \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$$

$$\underline{\boldsymbol{S}} = \underline{\boldsymbol{U}} \cdot \underline{\boldsymbol{I}}^\star$$

$$\underline{\tilde{\boldsymbol{S}}} = \underline{\boldsymbol{U}} \cdot \underline{\boldsymbol{I}}$$

2.3 Drehstromsystem

$$\underline{\boldsymbol{a}} = \exp\left(\mathrm{j}\frac{2}{3}\pi\right)$$

$$\underline{\boldsymbol{a}}^0 = \underline{\boldsymbol{a}}^3 = 1$$

$$\underline{\boldsymbol{a}}^* = \underline{\boldsymbol{a}}^2$$

$$\underline{\boldsymbol{S}} = \sqrt{3} \cdot \underline{\boldsymbol{U}} \cdot \underline{\boldsymbol{I}}^\star$$

$$\underline{\boldsymbol{S}} = \underline{\boldsymbol{U}}_1 \cdot \underline{\boldsymbol{I}}_1^\star + \underline{\boldsymbol{U}}_2 \cdot \underline{\boldsymbol{I}}_2^\star + \underline{\boldsymbol{U}}_3 \cdot \underline{\boldsymbol{I}}_3^\star$$

$$\underline{\tilde{\boldsymbol{S}}} = \underline{\boldsymbol{U}}_1 \cdot \underline{\boldsymbol{I}}_1 + \underline{\boldsymbol{U}}_2 \cdot \underline{\boldsymbol{I}}_2 + \underline{\boldsymbol{U}}_3 \cdot \underline{\boldsymbol{I}}_3$$

$$p(t) = \mathrm{Re}\left\{\underline{\boldsymbol{S}}\right\} + \mathrm{Re}\left\{\underline{\tilde{\boldsymbol{S}}} e^{j2\omega t}\right\}$$

2.4 Symmetrische Komponenten

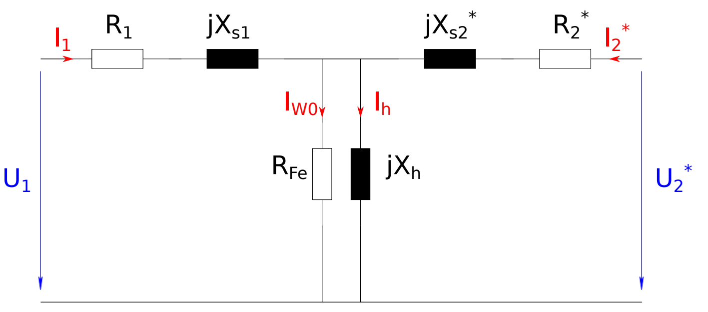
(0): Nullsystem; (1): Mitsystem; (2): Gegensystem

$$\begin{pmatrix} \underline{\boldsymbol{I}}_{(1)} \\ \underline{\boldsymbol{I}}_{(2)} \\ \underline{\boldsymbol{I}}_{(0)} \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & \underline{\boldsymbol{a}} & \underline{\boldsymbol{a}}^2 \\ 1 & \underline{\boldsymbol{a}}^2 & \underline{\boldsymbol{a}} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \underline{\boldsymbol{I}}_1 \\ \underline{\boldsymbol{I}}_2 \\ \underline{\boldsymbol{I}}_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{\boldsymbol{I}}_1 \\ \underline{\boldsymbol{I}}_2 \\ \underline{\boldsymbol{I}}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{\boldsymbol{a}}^2 & \underline{\boldsymbol{a}} & 1 \\ \underline{\boldsymbol{a}} & \underline{\boldsymbol{a}}^2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \underline{\boldsymbol{I}}_{(1)} \\ \underline{\boldsymbol{I}}_{(2)} \\ \underline{\boldsymbol{I}}_{(0)} \end{pmatrix}$$

3 Elektrische Maschinen

3.1 Der Transformator



ü	Übersetzung
$\ddot{u}_r$	Bemessungsübersetzung
U_{r1T}, U_{r2T}	Bemessungsspannungen
S_{rT}	Bemessungsleistung
U_K	Kurzschlussspannung
u_k	bezogene Kurzschlussspannung
u_r	bezogener Wirkspannungsabfall
P_{Cu}	Kupferverluste
P_{Fe}	Eisenverluste
Z_k	Kurzschlussimpedanz

$$\underline{\boldsymbol{U}}^b = \ddot{u}\underline{\boldsymbol{U}}$$

$$\underline{\boldsymbol{I}}^b = \frac{1}{\ddot{u}}\underline{\boldsymbol{I}}$$

$$\underline{\boldsymbol{Z}}^b = \ddot{u}^2\underline{\boldsymbol{Z}}$$

$$\ddot{u} = \frac{W_1}{W_2}$$

$$\ddot{u}_r = \frac{U_{r1T}}{U_{r2T}}$$

$$u_k = \frac{U_K}{U_{r1T}}$$

$$Z_k = \frac{U_{kT}}{\sqrt{3} \cdot I_r} = u_k \frac{U_{r1T}^2}{S_{rT}}$$

$$u_r = \frac{U_{rT}}{U_{r1T}}$$

$$R_k = P_{Cu}\left(\frac{U_{r1T}}{S_{rT}}\right)^2$$

$$R_k = u_r \frac{U_{r1T}^2}{S_{rT}}$$

$$Z_k = \sqrt{R_k^2 + X_k^2}$$
$$R_{Fe} = \frac{U_{r1T}^2}{P_{Fe}}$$
$$I_{W0} = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3}U_{r1T}}$$
$$I_h = \sqrt{I_{10}^2 - I_{W0}^2}$$
$$X_h = \frac{U_{r1T}}{\sqrt{3}I_h}$$

Parallelbetrieb von Transformatoren:

$$\frac{S_{T1}}{S_{T2}} = \frac{u_{kT2} \cdot S_{rT1}}{u_{kT1} \cdot S_{rT2}}$$

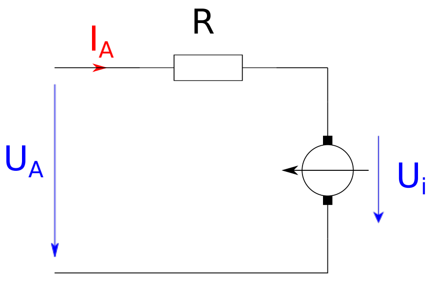
3.2 Gleichstrommaschine

p	Polpaarzahl
z	Anzahl der Schaltstufen
λ	Schaltverhältnis
U	Ankerklemmenspannung
U_i	Im Anker induzierte Spannung
K_1, K_2	Maschinenkonstanten
Φ	magnetischer Fluss durch den Anker
I_A	Ankerstrom
R_A	Widerstand der Ankerwicklungen
I_E	Erregerstrom

3.2.1 Grundgleichungen

$$U_A = U_i + (R_A + R_v)I_A = U_i + RI$$
$$U_i = K_1 \Phi n$$
$$M = K_2 \Phi I_A$$
$$\Phi = f(I_E)$$

falls verlustfrei: $K_1 = 2\pi K_2$
falls im linearen Bereich: $\Phi = K_3 I_E$



3.2.2 Anlaufen mit Vorwiderständen

$R_{A,z-1} = R_A + R_{V1}$, $R_{A,z-1} = R_A + R_{V1} + R_{V2}$, ..., $R_{A,0} = R_A + R_{V1} + \ldots + R_{Vz}$

$$\lambda = \frac{M_{max}}{M_{min}} = \frac{R_{A,Z-1}}{R_{A,Z}}$$
$$z = \log_\lambda \frac{R_{A0}}{R_A}$$

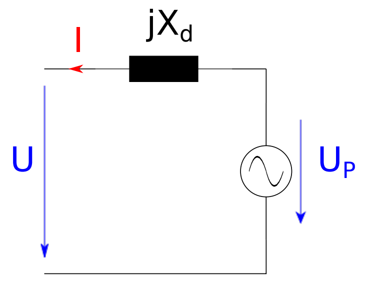
3.2.3 Fremderregt

$$n = \frac{U}{K_1 \cdot \Phi} - \frac{R}{K_1 \cdot K_2 \cdot \phi^2} M$$
$$n_0 = \frac{U}{K_1 \Phi}$$
$$M_A = \frac{U K_2 \Phi}{R}$$
$$n = n_0 - n_0 \frac{M}{M_A}$$

3.2.4 Reihenschluss

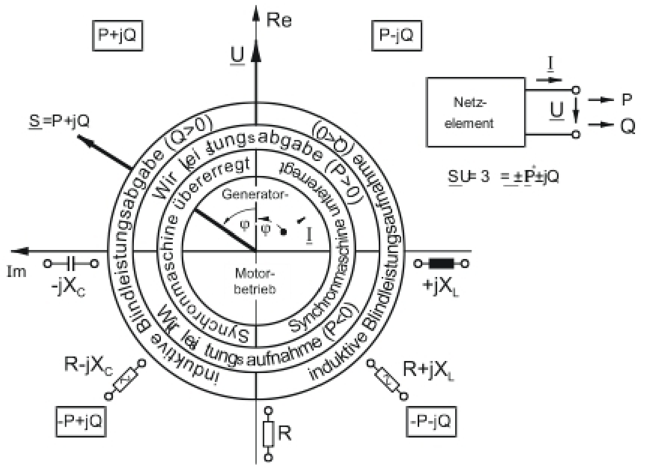
$$M = \frac{K_2}{K_3}\Phi^2$$
$$n = \frac{U}{\sqrt{2\pi K_1 K_3}} \frac{1}{\sqrt{M}} - \frac{R}{K_1 K_3}$$

3.3 Synchronmaschine

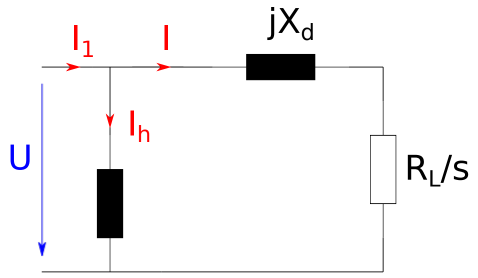


$$X_d = \omega \cdot (L_h + L_\sigma)$$
$$X_d \cdot I_w = U_p \sin(\vartheta_M)$$
$$X_d = x_d \frac{U_r^2}{S_r}$$

übererregt: wirkt wie Kapazität, gibt induktive Blindleistung ab
unterregt: wirkt wie Induktivität, nimmt induktive Blindleistung auf
Kippmoment M_k; Betrieb bei ca. $\frac{2}{3}M_k \Rightarrow \vartheta_M < 42°$



3.4 Asynchronmaschine



$$s = \frac{n_0 - n}{n_0}$$
$$M = \frac{3}{2\pi n_0} \frac{I^2 R_l}{s}$$
$$n_0 = \frac{f}{p}$$
$$M = \frac{2M_k}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}}$$

Anlauf nur möglich falls $M_A < M_{an}$; U kann nicht beliebig erhöht werden $\Rightarrow$ Fluss wird kleiner $\Rightarrow$ Moment wird kleiner

$$\eta = 1 - s$$
$$s_k = \frac{R_L}{X_\sigma}$$
$$M_k = \frac{3}{2\pi n_0} \frac{U^2}{2X_\sigma}$$

4 Elektrische Energieübertragung

4.1 Leitungsmatrizen

$$\begin{pmatrix}\underline{\boldsymbol{U}}_1\\ \underline{\boldsymbol{U}}_2\\ \underline{\boldsymbol{U}}_3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\underline{\boldsymbol{Z}}_d & \underline{\boldsymbol{Z}}_k & \underline{\boldsymbol{Z}}_k\\ \underline{\boldsymbol{Z}}_k & \underline{\boldsymbol{Z}}_d & \underline{\boldsymbol{Z}}_k\\ \underline{\boldsymbol{Z}}_k & \underline{\boldsymbol{Z}}_k & \underline{\boldsymbol{Z}}_d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\underline{\boldsymbol{I}}_1\\ \underline{\boldsymbol{I}}_2\\ \underline{\boldsymbol{I}}_3\end{pmatrix}$$

Im symmetrischen Betrieb kann im einphasigen ESB Z_b als Leitungsimpedanz eingesetzt werden:

$$\underline{\boldsymbol{Z}}_b = \underline{\boldsymbol{Z}}_d - \underline{\boldsymbol{Z}}_k$$

4.2 Leitungsbetrachtungen

Leitungswinkel:

$$\vartheta = \varphi_{u1} - \varphi_{u2}$$

$$\underline{\boldsymbol{Z}}_w = \sqrt{\frac{R' + j\omega L_b'}{G_b' + j\omega C_b'}}$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L_b')(G_b' + j\omega C_b')}$$

$$\begin{pmatrix}\underline{\boldsymbol{U}}_1\\ \underline{\boldsymbol{I}}_1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cosh(\underline{\gamma} l) & \underline{\boldsymbol{Z}}_w \sinh(\underline{\gamma} l)\\ \frac{1}{\underline{\boldsymbol{Z}}_w}\sinh(\underline{\gamma} l) & \cosh(\underline{\gamma} l)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\underline{\boldsymbol{U}}_2\\ \underline{\boldsymbol{I}}_2\end{pmatrix}$$

π-Ersatzschaltbild:

$$\underline{\boldsymbol{Z}}_l' = \underline{\boldsymbol{Z}}_w \sinh(\underline{\gamma} l)$$

$$\underline{\boldsymbol{Y}}_q/2 = \frac{1}{\underline{\boldsymbol{Z}}_w}\tanh(\underline{\gamma}\frac{l}{2})$$

4.3 Vereinfachte Leitungsbetrachtung

Vernachlässigung von Queradmittanzen $\Rightarrow I_1 = I_2$
ohmsch induktive Last:

$$\Delta U = R \cdot I_w + \omega L_b I_b$$

$$\delta U = \omega L_b I_w - R I_b$$

ohmsch kapazitive Last:

$$\Delta U = R \cdot I_w - \omega L_b I_b$$

$$\delta U = \omega L_b I_w + R I_b$$

$$P_V = P_1 - P_2 = 3I^2 R$$

$$Q_V = Q_1 - Q_2 = 3I^2 \omega L_b$$

$$\underline{\boldsymbol{U}}_1 = \underline{\boldsymbol{U}}_2 + \Delta U + j\delta U$$

falls $R << \omega L_b \quad \Rightarrow \underline{\boldsymbol{U}}_{12} = j\omega L_b(I_w + jI_b)$

4.4 Verlustfreie Hochspannungsfernleitung

$$Z_W = \sqrt{\frac{\omega L_b'}{\omega C_b'}}$$

$$\beta = \sqrt{\omega L_b' \omega C_b'}$$

$$\underline{\boldsymbol{U}}_1 = \underline{\boldsymbol{U}}_2 \cos(\beta l) + jZ_W \sin(\beta l)\underline{\boldsymbol{I}}_2$$

$$\underline{\boldsymbol{I}}_1 = j\frac{\underline{\boldsymbol{U}}_2}{Z_W}\sin(\beta l) + \underline{\boldsymbol{I}}_2 \cos(\beta l)$$

$$P_{nat} = \frac{U_n^2}{Z_W}$$

	elektrisch kurz
Freileitung	≤ 200 km
Kabel	≤ 100 km

	$\underline{\boldsymbol{Z}}_l$	$\frac{\underline{\boldsymbol{Y}}_q}{2}$
el. lange Leitung	$jZ_w \sin(\beta l)$	$\frac{\cos(\beta l)-1}{jZ_w \sin(\beta l)}$
el. kurze Leitung	$j\omega L_b' l$	$\frac{j\omega C_b' l}{2}$

Bei Übertragung der natürlichen Leistung:

$$\underline{\boldsymbol{U}}_1 = \underline{\boldsymbol{U}}_2 e^{j\beta l}$$

$$\underline{\boldsymbol{I}}_1 = \underline{\boldsymbol{I}}_2 e^{j\beta l}$$

4.5 Blindleistungskompensation

$$Z_{wk} = Z_w\sqrt{\frac{1-k_l}{1-k_q}}$$

$$\beta_k = \beta\sqrt{(1-k_l)(1-k_q)}$$

$$L_w' = L'(1-k_l)$$

$$C_w' = C'(1-k_q)$$

$$\frac{P_{natk}}{P_{nat}} = \sqrt{\frac{1-k_q}{1-k_l}}$$

Querkompensationsinduktivität am Ende der Leitung für ideale Kompensation im Leerlauf:

$$X_k = \frac{Z_W \sin(\beta l)}{1-\cos(\beta l)}$$

Querkompensationsblindleistung am Ende der Leitung mit Spulen in Sternschaltung, ideale Kompensation:

$$Q_2 = \frac{P_{nat}}{\sin(\beta l)}\left[\sqrt{1-\left(\frac{P_2}{P_{nat}}\sin(\beta l)\right)^2} - \cos(\beta l)\right]$$

Längskompensation, einstufig:

$$k_l = \frac{\frac{1}{\omega C_k}}{\omega L' l}$$

Faustformel für die Anzahl der Kondensatorbatterien:
$0 < k_l \leq 0,5 \Rightarrow n = 1$

	n	X_k
$0 < k_l \leq 0,5$	1	$k_l \cdot 2 \cdot Z_w \cdot \sin(\beta\frac{l}{2})$
$0,5 < k_l \leq 0,67$	2	$k_l \cdot \frac{3}{2} \cdot Z_w \cdot \sin(\beta\frac{l}{3})$
$0,67 < k_l \leq 0,75$	3	$k_l \cdot \frac{4}{3} \cdot Z_w \cdot \sin(\beta\frac{l}{4})$

4.6 Leitungsbeläge Freileitung

Angaben:

$$\underbrace{4}_{Anzahl\ Leiter} \cdot \underbrace{21,7}_{Radius\ Leiter} / \underbrace{400}_{Abstand\ Leiter} \quad mm$$

r_T ... Radius des Leiterbündels
r_B ... Ersatzradius für ein Leiterbündel
D ... Ersatzabstand zwischen zwei Leitern
h ... Ersatzhöhe einer Freileitung

$$r_b = \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_T^{n-1}}$$

$$D_{einfach} = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

$$D_{doppelt} = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}\frac{D_{12'} \cdot D_{23'} \cdot D_{31'}}{D_{11'} \cdot D_{22'} \cdot D_{33'}}}$$

$$h = \sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3}$$

$$h_{eff} = h - 0,7 \cdot f_{max}$$

$$Q_{eff} = n \cdot Q$$

$$R'(\vartheta) = \frac{1}{\kappa_{20} Q_{eff}}\left[1 + \alpha(\vartheta/(1^\circ C) \cdot K - 20K)\right]$$

$$L_b' = \left(2\ln\frac{D}{r_B} + \frac{1}{2n}\right) \cdot 10^{-4} H/km$$

$$C_b' = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{D_{ers}}{r_B\sqrt{1+\left(\frac{D_{ers}}{2h_{eff}}\right)}}}$$

falls $D_{ers} << 2h_{eff}$:

$$C_b' = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{D_{ers}}{r_B}}$$

$$G_b' = \frac{P_V'}{U_n^2}$$

Berechnung der Kapazität im Mitsystem C_b mit Leiter-Erd-Kapazität C_E und Leiter-Leiter-Kapazität C_L:

$$C_b = 3 \cdot C_L + C_E$$

4.7 Leitungsbeläge Kabel

$$R'(\vartheta) = \frac{1}{\kappa_{20} Q}\left[1 + \alpha(\vartheta/(1^\circ C) \cdot K - 20K)\right]$$

$$R_{AC} = (1 + y_S) R_{DC}$$

$$y_S = \frac{x_S^4}{192 + 0,8 x_S^4}$$

$$x_S = \sqrt{\frac{2\mu f k_S}{R'_{DC}}}$$

$$k_S = \begin{cases} 1 & \text{Rundleiter} \\ 0,5 & \text{Segmentleiter ein- und mehrdrätig} \end{cases}$$

$$L'_b = \left(2 \ln \frac{D}{r} + \frac{1}{2}\right) \cdot 10^{-4} H/km$$

Hohlleiter, falls $0 < \frac{r_a - r_i}{r_a} < 0,6$

$$L'_{hohl} = L'_b (0,96 + 0,051 \frac{r_a - r_i}{r_a})$$

Radialfeldkabel(drei einzelne Leiter mit jeweils eigenen Abschirmungen):

$$C'_b = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{R_a}{R_i}}$$

Gürtelkabel (drei Leiter mit einem gemeinsamen Schirm):

$$C'_b = \frac{2\pi\epsilon}{ln \sqrt{\frac{3c^2 (R_a^2 - c^2)^3}{R_i^2 (R_a^6 - c^6)}}}$$

$$G'_b = \tan\delta \omega C'_b$$

4.8 Netzeinspeisung

$$Z_Q = \frac{c U_{nQ}}{\sqrt{3} I''_{kQ}}$$

$$Z_Q = c \frac{U_{nQ}^2}{S''_{kQ}}$$

4.9 Kurzschlussstromberechnung

$$I''_{k3} = \frac{c \frac{U_{nN}}{\sqrt{3}}}{Z_{(1)}}$$

im unvermaschten Netz mit Stromverzweigungen:

$$i_{p,i} = \kappa_i \sqrt{2} I''_{K,i}$$

$$i_p = \sum_i i_{p,i}$$

$$\kappa = 1.02 + 0.98 e^{-3 \frac{R}{X}}$$

im vermaschten Netz, Alternative 1: Berechne Kappa aus dem kleinsten $\frac{R}{X}$ aller möglichen speisenden Zweige

$$i_p = \kappa \sqrt{2} I''_K$$

im vermaschten Netz, Alternative 2: Berechne Kappa aus $\frac{R}{X}$ von Z_k; solange die Verhältnisse $\frac{R}{X}$ in allen Zweigen kleiner als 0.3 ist kann der Faktor 1.15 weg gelassen werden; in Niederspannungsnetzen wird 1.15κ auf 1.8, in Mittel- und Hochspannungsnetzen auf 2.0 begrenzt

$$i_p = 1.15 \kappa \sqrt{2} I''_K$$

zweipolig, ohne Erde	$I''_{k2} = \frac{\sqrt{3}}{2} I''_k$	$i_{p2} = \kappa \sqrt{2} I''_{k2}$
zweipolig, mit Erde	$I''_{k2E} = \frac{\sqrt{3} c U_n}{\lvert \underline{\boldsymbol{Z}}_{(1)} + 2 \underline{\boldsymbol{Z}}_{(0)} \rvert}$	$i_{p2E} = \kappa \sqrt{2} I''_{k2E}$
einpolig	$I''_{k1} = \frac{\sqrt{3} c U_n}{\lvert 2 \underline{\boldsymbol{Z}}_{(1)} + \underline{\boldsymbol{Z}}_{(0)} \rvert}$	$i_{p1} = \kappa \sqrt{2} I''_{k1}$

5 Hochspannungstechnik

5.1 Gasdurchschlag

$$p = \frac{r + d}{r}$$

r: Radius des stärker gekrümmten Betriebsmittels

$$\eta = \frac{E_{mittel}}{E_{max}} = \frac{U/s}{E_{max}}$$

$$U_i = E_{dh} \cdot s \cdot \eta$$

$$U_s = E_s \cdot s$$

$$U_d = \max\{U_i, U_s\}$$

$$E_{dh,Luft} = 25 \ldots 50 \frac{kV}{cm}$$

	$E_s / \frac{kV}{cm}$
positive Gleichspannung	$4,5$
negative Gleichspannung	$5 \ldots 10$
Wechselspannung	$4,5$

Richtwerte:

$$\left(\frac{E}{p}\right)_{0,Luft} = 25.9 \frac{kV}{mmMPa}$$

$$\left(\frac{E}{p}\right)_{0,SF_6} = 89.2 \frac{kV}{mmMPa}$$

5.1.1 Ionisationskoeffizienten

Luft

$\frac{E}{p} / \frac{kV}{mmMPa}$	$\frac{\overline{\alpha}}{p} / \frac{1}{mmMPa}$
< 75	$0.1605 \left(\frac{mmMPa}{kV}\right)^2 \left(\frac{E}{p} - \frac{21.65kV}{mmMPa}\right)^2 - 2,873$
> 75	$16.8 \frac{mmMPa}{kV} \frac{E}{p} - 800$

SF$_6$

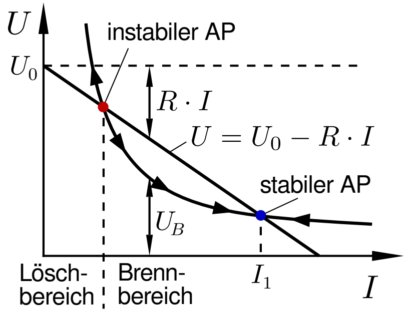
$\frac{E}{p} / \frac{kV}{mmMPa}$	$\frac{\overline{\alpha}}{p} / \frac{1}{mmMPa}$
< 125	$27.9 \frac{mmMPa}{kV} \left(\frac{E}{p} - 89.2 \frac{kV}{mmMPa}\right)$
> 125	$22.4 \frac{mmMPa}{kV} \frac{E}{p} - 1802$

5.1.2 Streamer

Streamer-Kriterium ($K = 9.15$ für Luft, $K = 10.5$ für SF$_6$):

$$\int_0^{x_c} (\alpha - \eta) dx = \int_0^{x_c} \overline{\alpha} dx \geq K$$

5.2 Lichtbogen



Ayrton-Gleichung:

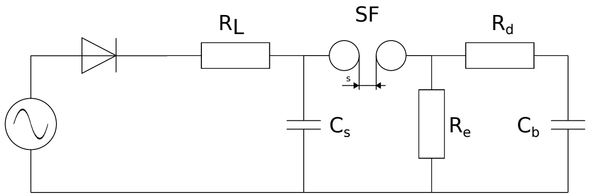
$$U_B = U_0 - R \cdot I_B = a + bl + \frac{c + dl}{I_B}$$

Determinante = 0 $\Rightarrow R \to$ max; $U_B \to$ min

Löschblechabstand von wenigen mm: $U_B = 20$V

$$n \cdot U_B > U_0$$

5.3 Stoßspannungsgenerator (Typ B)



$$u(t) = \frac{U_0}{R_d C_b} \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \left(e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$$

$$\eta_{Stoß} = \frac{\hat{u}(t)}{U_0}$$

$$\tau_1 \approx R_e (C_s + C_b)$$

$$\tau_2 \approx R_d \frac{C_s C_b}{C_s + C_b}$$

$$\eta_{Stoß} \approx \frac{C_s}{C_s + C_b}$$

T_p/T_2	T_1/T_2	k_1	k_2	k_3
	1,2/50	0,733	2,963	
250/2500		0,7924		4,001

$T_1 = k_2 \tau_2$, $T_2 = k_1 \tau_1$, $T_p = k_3 \tau_2$

Mehrstufig:

$$C_s = \frac{1}{n} C_s'$$

$$U_{0,ges} = n \cdot U_0$$

$$R_e = n R_e'$$

$$R_d = n R_d'$$

$$W_{Entlade} = \frac{1}{2} C_S U_0^2$$

$$W_{Lade} = 2 \cdot W_{Entlade}$$

5.4 Greinacher-Kaskadenschaltung

$$\overline{U}_0 = 2n\hat{u}_T$$
$$\delta U = \frac{\overline{I}_g}{2fC} \frac{n(n+1)}{2}$$
$$\Delta U = \frac{\overline{I}_g}{fC} \left(\frac{2}{3} n^3 + \frac{1}{2} n^2 - \frac{1}{6} n \right)$$
$$\overline{U} = \overline{U}_0 - \Delta U - \delta U$$

5.5 Feldberechnung

5.5.1 Finite Elemente

$$\varphi_i(x_i, y_i) = a_0 + a_1 x + a_2 y$$
$$W_e l = \frac{1}{2} \int_V \epsilon_0 \epsilon_r \underline{\boldsymbol{E}} dV$$
$$E_A = \sqrt{a_{1A}^2 + a_{2A}^2}$$
$$W_A = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_{r1} A l (a_{1A}^2 + a_{2A}^2)$$

5.5.2 Ersatzladungsverfahren

Allgemeines Potential einer Punktladung:

$$\Phi(\underline{\boldsymbol{r}}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon \underline{\boldsymbol{r}}}$$

rotationssymmetrische Anordnung, Abstand z_j zur Spiegelebene:

$$p_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{\sqrt{r_i^2 + (z_i - z_j)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_i^2 + (z_i + z_j)^2}} \right]$$

$$\begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ p_{n1} & \dots & p_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{pmatrix}$$

5.5.3 Differenzenverfahren

Viereckformel:

$$\varphi_\nu = \frac{1}{4} (\varphi_E + \varphi_N + \varphi_W + \varphi_S)$$

geschichtete Dielektrika (Dielektrikum-Übergang von N nach S von ϵ_{r1} nach ϵ_{r2}):

$$\varphi_\nu = \frac{1}{4} (\varphi_W + \varphi_E + \frac{2}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} (\epsilon_{r1} \varphi_N + \epsilon_{r2} \varphi_S))$$

5.5.4 Mehrstoffdielektrika

Zylindrische Durchführung mit n Dielektrika und Metallfolien an den Grenzflächen:

$$E_\nu(r) = \frac{U}{r l_\nu \epsilon_\nu \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{\epsilon_j l_j} \ln \left(\frac{r_{j+1}}{r_j} \right) \right)}$$

5.5.5 Spannungsverteilung

$u(a) = \frac{U_x}{U}$, $a = \frac{x}{l}$, $u(0) = 0$, $u(1) = 1$

$$u(a) = \frac{1}{C_E + C_L} \left[C_E \frac{\sinh(\kappa a)}{\sinh(\kappa} + C_L \left(1 - \frac{\sinh(\kappa(1-a))}{\sinh(\kappa} \right) \right]$$

$$C_E = n \Delta C_E$$

$$C_L = n \Delta C_L$$

$$C_S = \frac{1}{n} \Delta C_s$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{C_E + C_L}{C_S}}$$

5.5.6 Auslegung GIS

optimales Verhältnis von Leiteraußen- und Hüllenradius:

$$r_i = \frac{r_a}{e}$$

Abschluss mit Kugelkondensator:

$$E(r) = U \frac{r_i r_a}{r_a - r_i} \frac{1}{r^2}$$

Rohrkondensator:

$$E(r) = \frac{U}{r \ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right)}$$