

Werkstoffe der Elektrotechnik
von Prof. Dr.-Ing. Amann
Formelsammlung

Von David Lenz
Sebastian Bachmann
Annemarie Turnwald

Bei Fragen und Anregungen:
LenzDav@googlemail.com

6.2.2008

1. Aufbau der Materie

1.1 Wellen

Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi f$ Wellenlänge: $\lambda = \frac{c}{f}$

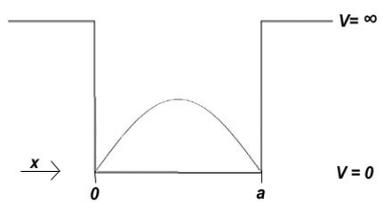
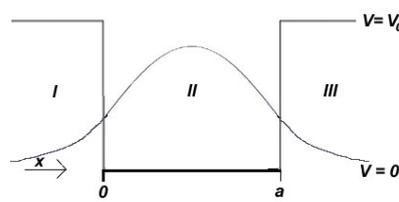
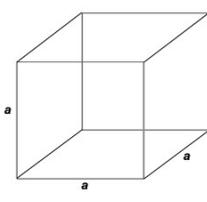
Energie: $E = mc^2 = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}$ $[E] = \text{Nm} = \text{J} = 6,24 \cdot 10^{18} \text{ eV}$

Masse/Impuls: $m_{ph} = \frac{\hbar\omega}{c^2} \rightarrow p_{ph} = m_{ph}c = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$ mit Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Schrödingergleichung

(allgemein) $-j\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{r}, t) + V \cdot \Psi(\vec{r}, t)$ $\Delta \hat{=} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$

(zeitunabhängig) $-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{r}) + V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r})$

<u>1-dimensionaler Potentialtopf</u>	<u>1-dimensionaler Potentialtopf</u>	<u>3-dimensionaler Potentialtopf</u>
		
<p><u>Ansatz für DGL:</u> $\Psi(x) = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx)$ mit $k = \sqrt{\frac{2m_0 E}{\hbar^2}}$ $E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_0 \cdot a^2} n^2$</p>	<p><u>Ansatz für DGL:</u> $\Psi(x) = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx)$ mit $k = \sqrt{\frac{2m_0 E}{\hbar^2}}$ für II und $k = \sqrt{\frac{2m_0 (E - V_0)}{\hbar^2}}$ für I/III</p>	<p>$E = \frac{\hbar^2}{2m_0} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) =$ $= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_0 a^2} (n^2 + m^2 + l^2)$</p>
<p><u>Randbedingungen:</u> $\Psi(0) = \Psi(a) = 0$ $\int_0^a \Psi(x) ^2 dx = 1$</p>	<p><u>Randbedingungen</u> $\Psi_I(0) = \Psi_{II}(0); \Psi_{II}(a) = \Psi_{III}(a)$ $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x) ^2 dx = 1$</p>	<p>$\Psi_{nml}(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{a^3}} \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \cdot$ $\sin\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{l\pi}{a} z\right)$</p>

1.2 Das Periodensystem

Hauptquantenzahl: $n = 1, 2, \dots$ ($\hat{=}$ K, L, ...-Schale)

Nebenquantenzahl: $l = 0, \dots, n-1$ ($\hat{=}$ s, p, d, f - Zustände)

Magnetische Quantenzahl: $m = -l, -l+1, \dots, l-1, l$

Spinquantenzahl: $s = \pm \frac{1}{2}$

Entartungsgrad: Wieviele Kombinationen der Quantenzahlen gibt es, die den gleichen Energiegehalt besitzen? $2n^2$

Pauli Prinzip:

Alle Elektronen unterscheiden sich in mindestens einer Quantenzahl

Hundschen Regeln:

1. *Hundsche Regel:*

Schale wird so aufgefüllt, dass $|S| = \left| \sum s_i \right|$ mit $s = \pm \frac{1}{2}$

maximal wird

2. *Hundsche Regel:*

Quantenzahl $|L|$ maximal

3. *Hundsche Regel:*

Schale weniger als halbvoll:

- Bahndrehimpuls und Spin antiparallel
- Gesamtdrehimpuls $J: |J| = \left| |L| - |S| \right|$

Schale mehr als halbvoll:

- Bahndrehimpuls und Spin parallel
- Gesamtdrehimpuls $J: |J| = |L| + |S|$

Q	7s	7p		
P	6s	6p	6d	
O	5s	5p	5d	5f
N	4s	4p	4d	4f
M	3s	3p	3d	
L	2s	2p		
K	1s			
	s	p	d	f

Abbildung 1 Systematik für die Besetzung der Orbitale

s:	2 Elektronen
p:	6 Elektronen
d:	10 Elektronen
f:	14 Elektronen

Bsp.: Vanadium: $V = [\text{Ar}]3d^34s^2$:

m=	-2	-1	0	1	2
s=	↑	↑	↑		

m=	0
s=	↑↓

$$S = 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$L = -2 - 1 + 0 + 0 + 0 = -3$$

$$|J| = \left| |L| - |S| \right| = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Volle Schalen liefern keinen Beitrag zu S, L und J

$$\text{Elektrische Bindungsenergie: } E_{el} = \int_{\infty}^{r_0} \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

r_0 : Abstand (Atomradien $r_1 + r_2$)
 q_1, q_2 : Ladung der Ionen

Bindungsenergie: elektrische Bindungsenergie \pm Ionisierungsenergien

1.3 Gase

Gasgleichung für ideale Gase: $pV = n \cdot R \cdot T$

Teilchendichte:
$$N = \frac{n \cdot N_A}{V} = \frac{\rho}{A_r} N_A = \frac{p}{k_B T}$$

Druck:
$$p = \frac{1}{3} N m \overline{v^2}$$

p : Druck T : absolute Temperatur
 V : Volumen m : Masse ρ : Dichte
 n : Anzahl der Mole
 $\overline{v^2}$: mittleres Geschwindigkeitsquadrat
 A_r : relative Atommasse

$[n] = \text{cm}^{-3}$, $[p] = \text{Nm}^{-2} = \text{Pa} = 10^{-5} \text{ bar}$

$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{f}{2} k_B T$ mit f : Anzahl der Freiheitsgrade (=3 für einatomige Gase)

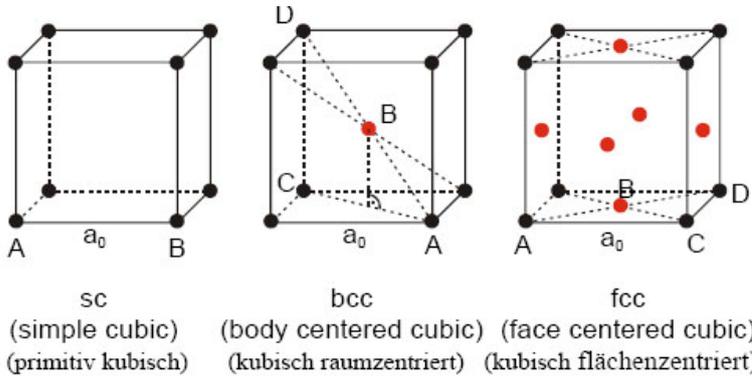
Konstanten

Gaskonstante $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ Boltzmannkonstante $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Avogadro-Konstante $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Zusammenhang: $R = k_B N_A$

1.4 Kristallstrukturen



sc: $P = \frac{1}{6} \pi \approx 0,52$	fcc: $P = \frac{\sqrt{2}}{6} \pi \approx 0,74$
bcc: $P = \frac{\sqrt{3}}{8} \pi \approx 0,68$ $r = \frac{\sqrt{3}}{4} a_0$	$r = \frac{\sqrt{2}}{4} a_0$

Packungsdichte:
$$P = \frac{\text{Volumen(Atome)}}{\text{Volumen(EZ)}} = \frac{n \frac{4}{3} \pi r^3}{V_{EZ}}$$

n : Anzahl der Atome pro Einheitszelle (**Achtung**: Atome, die von angrenzenden Zellen auch verwendet werden, dementsprechend gewichten!)
 r : Atomradius

Mischkristallbildung durch Leerstellendiffusion

Teilchenstromdichte
$$S = -D \frac{\partial N}{\partial x}$$

Diffusionskoeffizient
$$D = D_0 e^{-\frac{E_A}{k_B T}}$$

Mittlere Eindringtiefe
$$x_D = \sqrt{D \cdot t}$$

$[D] = \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$

mit E_A : Aktivierungsenergie für Leerstellendiffusion

2. Mechanische Eigenschaften der Festkörper

Dichte:
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{mP}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{mN}{a_0^3}$$

Dehnung:
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Spannung:
$$\sigma = \frac{F}{A} = \varepsilon \cdot E$$

Elastizitätsmodul:
$$E = -\frac{1}{r} \frac{dF}{dr}$$

m : Masse
 V : Volumen
 P : Packungsdichte
 a_0 : Gitterkonstante
 N : Anzahl der Atome in der Elementarzelle

$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
 $[\sigma] = [E] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

3. Thermische Eigenschaften der Festkörper

3.1 spezifische Wärme

Wärmekapazität:
$$C = \frac{\partial U}{\partial T} = 3Nk_B$$

Spezifische Wärme:
$$c = \frac{1}{m} C = \frac{1}{m} \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{c_m}{A_r} \cdot 10^3$$

Molwärme:
$$c_m = \underbrace{3R}_{\text{Beitrag der Atome}} + \underbrace{\frac{6RT}{T_F}}_{\text{Beitrag der Elektronen}} = 3R \left(1 + 2 \frac{T}{T_F} \right)$$

(spezifische Wärme pro 1 mol)

$T_F = \frac{E_F}{k_B}$: Fermitemperatur

$[C] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
 $[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
 $[c_m] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

Innere Energie:
$$U = 3Nk_B T$$

3.2 Thermische Ausdehnung

Längenausdehnung:
$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$$

Volumenausdehnung:
$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T \approx 3\alpha V_0 \Delta T$$

α : Längenausdehnungskoeff.
 $\beta \approx 3\alpha$: Volumenausdehnungskoeff.

3.3 Wärmeleitung

Transportierte Wärmemenge:
$$\frac{\Delta Q}{A} = -\lambda \text{grad}(T) \cdot \Delta t$$
 }
$$\dot{Q} = -\lambda \text{grad}(T) A = C\dot{T}$$
 }
$$[\dot{Q}] = \text{W}$$

Wärmemenge:
$$Q = CT$$

Wärmestromdichte:
$$W = \frac{\Delta Q}{\Delta t \cdot A} = n v_x c \Delta T$$
 mit $\Delta T = -\frac{dT}{dx} l_x$, wobei $l_x = v_x t$ }
$$[\lambda] = \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

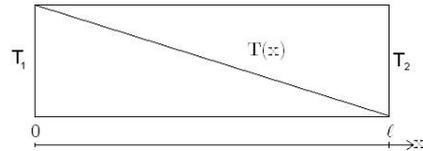
Wärmestrom:
$$I = \dot{Q} = G \cdot \Delta T$$
 mit Wärmeleitwert $G = \lambda \frac{A}{l}$

Wärmeleitfähigkeit:
$$\lambda$$

Bsp: Stab mit homogener Wärmeleitung

$$\text{grad}(T(x)) = \text{grad}\left(\frac{T_1 - T_2}{l}x + T_1\right) = \frac{T_1 - T_2}{l}$$

$$I = G \cdot \Delta T = \lambda \frac{A}{l} \cdot (T_2 - T_1)$$



3.4 spezifische Wärme der Elektronen

Zustandsdichte:
$$D(E) = \frac{1}{V} \frac{dZ}{dE} = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{1}{2\pi^2} \sqrt{E}$$

$$= 1,0622 \cdot 10^{56}$$

$$[D(E)] = \frac{1}{\text{cm}^3 \cdot \text{eV}}$$

Fermiverteilung:
$$f(E, T) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/(k_B T)} + 1}$$

gibt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron bei der Temperatur T die Energie E besitzt, an.

E_F ist die Fermi-Temperatur

Boltzmannnäherung:
$$f(E, T) \approx e^{-\frac{E-E_F}{k_B T}}$$

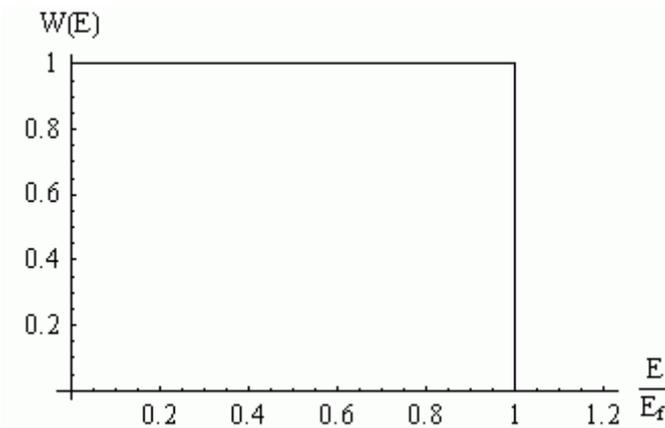


Abbildung 2: Fermiverteilung für T=0K

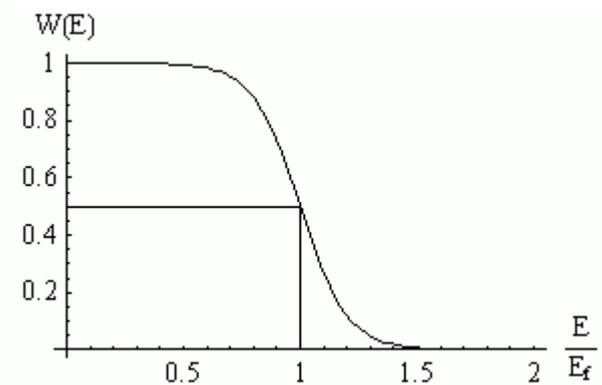


Abbildung 3: Fermiverteilung für T=1200K

Die Fermiverteilung ist nur sehr schwach temperaturabhängig, darum kann meist mit der Fermiverteilung für T=0K gerechnet werden.

Elektronendichte:
$$n = \int_0^{\infty} D(E) f(T, E) dE$$

für T=0K:
$$n = \int_0^{E_F} D(E) \cdot 1 dE + \int_{E_F}^{\infty} D(E) \cdot 0 dE = \int_0^{E_F} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{1}{2\pi^2} \sqrt{E} dE$$

$$\Rightarrow n = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{1}{3\pi^2} E_F^{3/2}$$

$$\Leftrightarrow E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

4. Ladungstransport in Festkörpern

Energie von freien Elektronen: $E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

Geschwindigkeit: $v_{Gr} = \frac{\hbar}{m} k$

effektive Masse: $m^* = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2 E(k)}{dk^2}}$

5. Elektrische Eigenschaften der Metalle

Elektr. Leitfähigkeit: $\sigma = \frac{-en\Delta p_x}{m^* E_x} = \frac{e^2 \tau}{m^*} n$

n: Teilchendichte
 τ: Streuzeit zwischen zwei Stößen

Streuwahrscheinlichkeit: $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{ph}} + \frac{1}{\tau_i}$

↳ Streuung an Fremdatomen (Verunreinigung) ($\sim T^{3/2}$)
 ↳ Streuung durch Gitterschwingungen (Phononen) ($\sim T^{-3/2}$)

freie Weglänge d. Elektr.: $l = v_F \tau$ mit $v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}}$: Fermigeschwindigkeit

Spezifischer Widerstand: $\rho = \frac{1}{\sigma}$

Mattiessen'sche Regel: $\rho = \rho_{ph} + \rho_i$

$[\rho] = \Omega m$
 $[\sigma] = \frac{S}{m}$

ρ_{ph} ist temperaturabhängig (Je höher T, desto stärker schwingen die Atome)

ρ_i ist temperaturunabhängig $\Rightarrow \rho(0K) = \rho_i$ und $\rho(300K) = \rho_{ph}(300K) + \rho_i$

Ver-n-fachen der Störstellen: $\rho_i' = n\rho_i$

Thermoelektrische Effekte

Seebeck-Effekt: Hat man bei einem Leiter an beiden Enden eine unterschiedliche Temperatur, stellt sich aufgrund unterschiedlicher effektiver Geschwindigkeiten und unterschiedlichen Trägerdichten n der Elektronen ein Diffusionsstrom j ein. Dieser Strom hat ein elektrisches Feld E zwischen den Enden des Leiters zur Folge:

$E_x = S \frac{dT}{dx}$ mit dem Seebeckkoeffizient $S = -\frac{e}{\sigma} \frac{d}{dT}(D_n n)$

$\Rightarrow \Delta U = S \cdot \Delta T$

$[S] = \frac{\mu V}{K}$

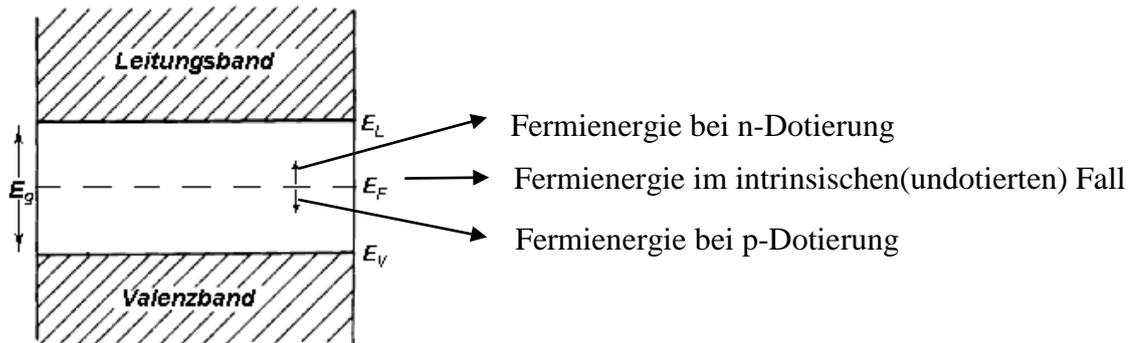
Peltier-Effekt: Ein eingepprägter Strom wird benutzt, um thermische Energie/Wärme zu transportieren.

Wärmestromdichte: $W = \Pi \cdot j = S \cdot T \cdot j$ mit Peltierkonstante $\Pi = ST$

Supraleitung: kritische Feldstärke: $H_C(T) = H_{C,0K} \left(1 - \left(\frac{T}{T_C}\right)^2\right)$ mit T_C : kritische T.

\Rightarrow kritischer Strom: $I_C = 2\pi \cdot r \cdot H_C$ r: Radius des Leiters

6. Halbleiter



Leitungsband	Valenzband
<p><i>Besetzungswahrscheinlichkeit für Elektr.</i></p> <p>$f(E,T)$ (Fermiverteilung siehe 3.4)</p> <p><i>Elektronendichte:</i></p> $n = \int_{E_L}^{\infty} D_L(E) \cdot f(E,T) dE$ <p><i>Zustandsdichte:</i></p> $D_L(E) = M_L \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E - E_L}$ <p><i>Äquivalente Zustandsdichte:</i></p> $N_L^* = 2M_L \left[\frac{m_n^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right]^{3/2} \quad (M_L \text{ ist meist } 1)$ <p>$\Rightarrow n = N_L^* \cdot e^{-\frac{E_L - E_F}{k_B T}}$ (mit Boltzmannnäherung)</p>	<p><i>Besetzungswahrscheinlichkeit für Löcher:</i></p> <p>$1 - f(E,T)$</p> <p><i>Löcherdichte:</i></p> $p = \int_{-\infty}^{E_V} D_V(E) \cdot [1 - f(E,T)] dE$ <p><i>Zustandsdichte:</i></p> $D_V(E) = \frac{(2m_p^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E_V - E}$ <p><i>Äquivalente Zustandsdichte:</i></p> $N_V^* = 2 \left[\frac{m_p^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right]^{3/2}$ <p>$\Rightarrow p = N_V^* \cdot e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$ (mit Boltzmannnäherung)</p>

<i>Intrinsische Elektronen-/Löcherdichte:</i>	$n_i = p_i = \sqrt{N_L^* N_V^*} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$
<i>Zusammenhang der Teilchendichten:</i>	$n \cdot p = n_i^2$
<i>Fermienergie:</i>	$E_F = \frac{E_V + E_L}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \left(\frac{N_V^*}{N_L^*} \right)$
<i>Thermodynamisches Gleichgewicht:</i>	$n + N_A^- = p + N_D^+$

N_A^- : Anzahl der Akzeptoren (=0 bei n-dot); $N_A^- = N_A$ } vollständige
 N_D^+ : Anzahl der Donatoren (=0 bei p-dot); $N_D^+ = N_D$ } Ionisation

$$[N_A^-] = [N_D^+] = [n] = [p] = \text{cm}^{-3}$$

Ladungsträgereigenschaften

Gesamtstromdichte: $\vec{j} = -n \cdot e \cdot \vec{v}_n + p \cdot e \cdot \vec{v}_p$

$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$

Leitfähigkeit: $\sigma = e \cdot p \cdot \mu_p + e \cdot n \cdot \mu_n$

Ladungsträgerbeweglichkeit: $\mu = \frac{e\tau}{m^*}$

$\vec{v} = \pm \mu \cdot \vec{E}$ (negatives VZ \rightarrow Elektronen, positives VZ Löcher \rightarrow Löcher)

\vec{v} : Driftgeschwindigkeit
 τ : Streuzzeit zwischen zwei Stößen

$[\mu] = \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$

7. Dielektrische Eigenschaften von Festkörpern

Permittivität

Dielektrische Verschiebung: $\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

Frequenzabhängige Permittivität:

Komplexe relative Permittivität: $\epsilon_r = \epsilon' - j\epsilon'' = |\epsilon_r| e^{-j\delta}$

Für $0 < \omega < 2\pi \cdot 10^{10}$ Hz

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon' = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_{stat} - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2 \tau^2} \\ \epsilon''(\omega) = \frac{\epsilon_{stat} - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2 \tau^2} \omega \tau \end{array} \right.$$

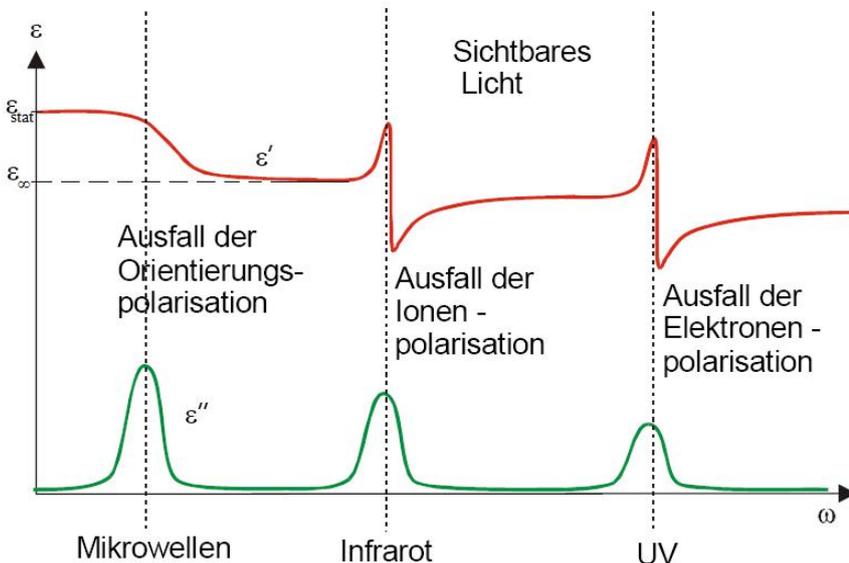
$\epsilon_{stat} = \epsilon(\omega = 0)$
 $\epsilon_\infty = \epsilon(\omega \approx 2\pi \cdot 10^{10} \text{ Hz})$

Verlustfaktor: $\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{\omega \tau}{1 + \frac{\epsilon_\infty}{\epsilon_{stat} - \epsilon_\infty} (1 + (\omega \tau)^2)}$

Restleitfähigkeit des Dielektrikums: $\sigma_{Rest} = \epsilon'' \cdot \epsilon_0 \cdot \omega$

Relaxationszeit: $\tau = \sqrt{\frac{\epsilon_{stat}}{\epsilon_\infty}} \cdot \frac{1}{2\pi f_g} = \frac{1}{2\pi f_r}$

$f_g : \tan \delta|_{f=f_g}$ maximal
 $f_r : \epsilon''|_{f=f_g}$ maximal



- Im technisch relevanten Bereich ($f < 100 \text{ GHz}$) nur Ausfall der Orientierungspolarisation
 - Wenn Polarisationsart nicht vorhanden, dann ϵ' im zugehörigen Bereich konstant und $\epsilon'' = 0$

Polarisation

N: Atomdichte
 α : Polarisierbarkeit des Atoms
 \vec{E}_a : außen anliegendes Feld

Polarisation:

$$\vec{P} = N \cdot \vec{p} = N \epsilon_0 \alpha \vec{E}_a$$

Claudius-Mosotti-Gleichung

$$\frac{\alpha N}{3} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \Leftrightarrow \epsilon_r = 1 + \frac{\alpha N}{1 - \frac{\alpha N}{3}}$$

Lorentz-Feld
(kann oft vernachlässigt werden)

Elektronische Polarisation

Elektronenhülle verschiebt sich auf Grund eines anliegenden elektrischen Feldes

➔ induziertes Dipolmoment
tritt immer auf

$$[P] = \frac{As}{m^2}$$

$$[\alpha] = m^3$$

Polarisierbarkeit:

$$\alpha = 4\pi R^3$$

Ionische Polarisation

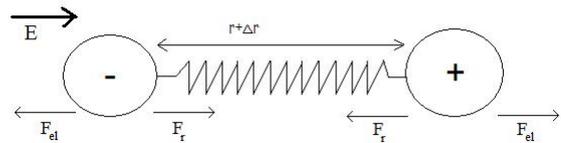
Positive und negative Ionen werden durch ein äußeres elektrisches Feld gegeneinander verschoben -> Dipolmoment: $p = \Delta r \cdot q$ Δr : zusätzlicher Abstand der Ionen

Δr berechnen:

$$F_r = \frac{\partial U}{\partial r} \text{ mit Potential U}$$

$$F_r(r_0) = 0$$

$$F_r(r_0 + \Delta r) = -F_{el} \stackrel{\text{Taylorreihe von } F_r}{\Leftrightarrow} F_r(r_0) + \left. \frac{\partial F_r}{\partial r} \right|_{r=r_0} \cdot \Delta r = -qE \Leftrightarrow \Delta r = - \frac{qE}{\left. \frac{\partial F_r}{\partial r} \right|_{r=r_0}}$$



Orientierungspolarisation

Permanente Dipole richten sich im äußeren elektrischen Feld (teilweise) aus

Polarisation:

$$P = N \cdot p \cdot \overline{\cos \theta}$$

Dipolmoment:

$$p = r_0 \cdot q$$

Langevin-Funktion:

$$\overline{\cos \theta} = L(v) = \coth v - \frac{1}{v} \quad \text{mit } v = \frac{E \cdot p}{k_B T}$$

für große v: $\coth v \rightarrow 1 \Rightarrow L(v) = 1$

für kleine v: $\coth v \approx \frac{1}{v} + \frac{v}{3} (+\dots) \Rightarrow L(v) = \frac{v}{3}$

θ : Winkel zwischen p und anliegendem Feld E
 r_0 : Abstand zweier Ionen
 q: Ladung der Ionen

8. Magnetische Eigenschaften von Festkörpern

Magnetische Flussdichte: $\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$
 $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$

Magnetische Suszeptibilität: $\chi^m = \mu_r - 1 = \frac{1}{\mu_0} \frac{J}{H} = \frac{M}{H}$

Erscheinungsformen des Magnetismus:

$\mu_r < 1$ und $\chi^m < 0$: Diamagnetismus
 $\mu_r > 1$ und $\chi^m > 0$: Paramagnetismus
 $\mu_r \gg 1$ und $\chi^m \gg 1$: Ferromagnetismus

\vec{B} : magn. Flussdichte/Induktion
 \vec{H} : magnetische Feldstärke
 \vec{M} : Magnetisierung
 \vec{J} : magnetische Polarisation
 μ_r : relative Permeabilität
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

$[\vec{B}] = [\vec{J}] = \frac{Vs}{m^2} = T$
 $[\vec{H}] = [\vec{M}] = \frac{A}{m}$

8.1 Elementare Magnetische Dipolmomente

Mechanischer Drehimpuls: $\vec{L} = \vec{r} \times m_0 \vec{v} = m_0 r^2 \vec{\omega}$
Magnetisches Moment: $\vec{m} = -e \frac{\vec{\omega}}{2\pi} \cdot \pi r^2 = -\frac{e}{2m_0} \cdot \vec{L}$

r: Radius
 m_0 : Masse des Elektron
 ω : Kreisfrequenz
 S, L, J: siehe Punkt 1.2

Gyromagnetisches Verhältnis: $g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$
 Beträge einsetzen für L, J, S

$[\vec{L}] = \frac{kg \cdot m^2}{s} = VAs^2$
 $[\vec{m}] = Am^2$

8.2 Diamagnetismus

Der Diamagnetismus tritt immer auf, wird aber vom Para- und Ferromagnetismus überlagert und ist temperaturunabhängig.

Diamagnetische Suszeptibilität: $\chi_{dia}^m = \frac{\vec{M}}{H} = N \frac{\vec{m}}{H} = -\frac{N}{6m_0} \cdot Z^* \cdot e^2 \cdot \overline{r^2} \cdot \mu_0$

N: Atomdichte
 $\overline{r^2}$: Erwartungswert des effektiven Bahnradius
 Z^* : effektive Kernladungszahl (Anzahl der Elektronen auf der äußeren Schale abzüglich den Leitungselektronen)

8.3 Paramagnetismus

Tritt auf bei Molekülen bzw. Atomen mit magnetischem Dipolmoment, d.h. wenn die Elektronenschalen nicht abgeschlossen sind und ist temperaturabhängig.

Paramagnetische Magnetisierung: $M_{\text{para}} = \frac{Ng^2J(J+1)\mu_B^2\mu_0H}{3k_B T}$

$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$
Bohr'sche Magneton

Paramagnetische Suszeptibilität: $\chi_{\text{para}}^m = \frac{C}{T}$

mit $C = \frac{N\mu_0 g^2 J(J+1)\mu_B^2}{3k_B}$

Magnetisches Dipolmoment: $M_z = -g \cdot \mu_B \cdot J$

Betrag des Dipolmoments: $|\vec{M}| = \underbrace{g \cdot \sqrt{J(J+1)}}_{\text{Effektive Magnetonzahl}} \cdot \mu_B$

Effektive Magnetonzahl

8.4 Leitungselektronen

Paramagnetische Suszeptibilität: $\chi_{\text{para}}^m = \frac{3}{2} \cdot n \cdot \frac{\mu_0 \mu_B^2}{k_B T_F}$

Diamagnetische Suszeptibilität: $\chi_{\text{dia}}^m = -\frac{1}{3} \chi_{\text{para}}^m$

$\chi^m = \chi_{\text{para}}^m + \chi_{\text{dia}}^m = \frac{n\mu_B^2}{k_B T_F} \mu_0$

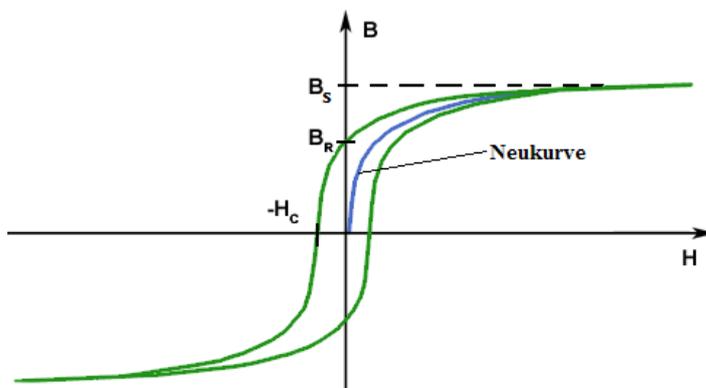
Fermienergie: $E_F = k_B T_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} (3\pi^2 n)^{\frac{2}{3}}$

8.5 Ferromagnetismus

Ferromagnetismus tritt nur bis zur Curie-Temperatur auf. Danach Paramagnetismus!

Curie-Weiss-Gesetz: $\chi^m = \frac{C}{T - \Theta}$ (Θ = paramagnetische Curie-Temperatur)

Hystereseverluste:



B_s : Sättigung
 B_R : Remanente Flussdichte
 (Restmagnetisierung auch wenn kein äußeres H-Feld mehr anliegt)
 H_c : koerzitive Feldstärke
 (benötigt um Magnetisierung zu beseitigen)

Verlustdichte: $w_V = \oint B dH$

Wichtige Konstanten:

<i>Avogadrokonstante</i> N_A	$6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	<i>Normaltemp.</i> T_0	$300K$
<i>Boltzmannkonstante</i> k_B	$1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$	<i>Planckkonst.</i> h \hbar	$6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ $1,05457 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
<i>Bohr'sches Magneton</i> μ_B	$9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$		
<i>Elektrische Feldkonst.</i> ε_0	$8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ C/Vm}$		
<i>Elektron Ruhemasse</i> m_e	$9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$		
<i>Elementarladung</i> e	$1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$		
<i>Gaskonstante</i> R	$8,3145 \text{ J/K} \cdot \text{mol}$		
<i>Magnetische Feldkonst.</i> μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$		
<i>Normaldruck</i> p_0	1013 mbar		

MERCK

Periodensystem der Elemente Periodic Table of the Elements Tabla Periodica de los Elementos

Rh

1, 2, 3, 4, 7

Kr 4d8 5s1 8

- 1 Ordnungszahl
- 2 Elementsymbol
- 3 Relative Atommasse
- 4 Schmelzpunkt
- 5 Siedepunkt
- 6 Elektronenivari (Allred, Rowlow)
- 7 Oxidationsstufen
- 8 Elektronenkonfiguration
- 9 Atomic number
- 10 Element symbol
- 11 Relative atomic mass
- 12 Melting point
- 13 Boiling point
- 14 Electronegativity (Allred, Rowlow)
- 15 Oxidation states
- 16 Electron configuration
- 17 Number of electrons
- 18 Peso atomico relativo
- 19 Punto de fusión
- 20 Punto de ebullición
- 21 Electronegatividad (Allred, Rowlow)
- 22 Niveles de oxidación
- 23 Configuración electrónica

* stabilstes Isotop, most stable isotope, isótopo más estable

- Metalle, metals
- Nichtmetalle, nonmetals, metalloids
- Übergangsmetalle, transition metals, elementos de transición
- Elemente der f-Reihe, elements of the f-series, elementos de la serie f
- Gruppennummerierung, column labelling, número de grupo
- IUPAC Nomenclature of Inorganic Chemistry, 1989
- IUPAC, Rules for Inorganic Nomenclature, 1970

1		2		3										4										5										6										7										8										9										10										11										12									
Ia		IIa		IIIB										IVB										VB										VIB										VIIB										VIII										IX										X										XI										XII									
1 H 1.0079 -259.14 -252.87 2.2 -1, 1 1s ¹	2 He 4.0026 -272.2 -268.93 0 1s ²	3 Li 6.941 180.54 1347 1.0 2s ¹	4 Be 9.0122 1278 2970 1.5 He 2s ²	5 B 10.811 2079 2550 2.0 He 2s ² 2p ¹	6 C 12.011 3367 4827 2.5 He 2s ² 2p ²	7 N 14.007 14007 -209.86 -195.8 3.1 He 2s ² 2p ³	8 O 15.999 15999 -218.4 -182.96 3.5 He 2s ² 2p ⁴	9 F 18.998 18998 -219.62 -188.14 4.1 He 2s ² 2p ⁵	10 Ne 20.18 2018 -248.67 -246.05 0 He 2s ² 2p ⁶	11 Na 22.990 22990 97.81 882.9 1.0 He 2s ² 3s ¹	12 Mg 24.305 24305 648.8 1090 1.2 He 2s ² 3s ²	13 Al 26.982 26982 933.7 2467 1.5 Ne 3s ² 3p ¹	14 Si 28.086 28086 1410 2355 1.7 Ne 3s ² 3p ²	15 P 30.974 30974 194.1 280 2.1 Ne 3s ² 3p ³	16 S 32.066 32066 112.8 444.67 2.4 Ne 3s ² 3p ⁴	17 Cl 35.453 35453 100.98 -34.6 2.8 Ne 3s ² 3p ⁵	18 Ar 39.948 39948 -189.2 -185.7 0 Ne 3s ² 3p ⁶	19 K 39.098 39098 63.65 774 0.9 Ar 4s ¹	20 Ca 40.078 40078 1484 1090 1.0 Ar 4s ²	21 Sc 44.956 44956 1541 2831 1.2 Ar 3d ¹ 4s ²	22 Ti 47.88 4788 1660 3287 1.3 Ar 3d ² 4s ²	23 V 50.942 50942 1890 3380 1.5 Ar 3d ³ 4s ²	24 Cr 51.996 51996 1857 2872 1.6 Ar 3d ⁵ 4s ¹	25 Mn 54.938 54938 1244 1962 1.6 Ar 3d ⁵ 4s ²	26 Fe 55.845 55845 1535 2750 1.6 Ar 3d ⁶ 4s ²	27 Co 58.933 58933 1495 2870 1.7 Ar 3d ⁷ 4s ²	28 Ni 58.693 58693 1453 2732 1.8 Ar 3d ⁸ 4s ²	29 Cu 63.546 63546 1083 2567 1.8 Ar 3d ¹⁰ 4s ¹	30 Zn 65.39 6539 419.6 907 1.7 Ar 3d ¹⁰ 4s ²	31 Ga 69.723 69723 297.4 2403 1.8 Ar 3d ¹⁰ 4s ² 4p ¹	32 Ge 72.61 7261 1410 2830 2.0 Ar 3d ¹⁰ 4s ² 4p ²	33 As 74.922 74922 917 613 2.2 Ar 3d ¹⁰ 4s ² 4p ³	34 Se 78.96 7896 217 684.9 2.5 Ar 3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁴	35 Br 79.904 79904 -7.2 58.78 2.7 Ar 3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁵	36 Kr 83.80 8380 -156.6 -152.3 0 Ar 3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁶	37 Rb 85.468 85468 38.89 688 0.9 Kr 5s ¹	38 Sr 87.62 8762 769 1384 1.0 Kr 5s ²	39 Y 88.906 88906 1522 3338 1.1 Kr 4d ¹ 5s ²	40 Zr 91.224 91224 1852 4377 1.2 Kr 4d ² 5s ²	41 Nb 92.906 92906 2068 4922 1.2 Kr 4d ⁴ 5s ¹	42 Mo 95.94 9594 2617 4612 1.3 Kr 4d ⁵ 5s ¹	43 Tc 98.906 98906 2172 4877 1.4 Kr 4d ⁵ 5s ²	44 Ru 101.07 10107 2310 3900 1.4 Kr 4d ⁷ 5s ¹	45 Rh 102.91 10291 1966 3727 1.5 Kr 4d ⁸ 5s ¹	46 Pd 106.42 10642 1552 3140 1.4 Kr 4d ¹⁰	47 Ag 107.87 10787 961.9 2212 1.4 Kr 4d ¹⁰ 5s ¹	48 Cd 112.41 11241 320.9 765 1.5 Kr 4d ¹⁰ 5s ²	49 In 114.82 11482 156.6 2080 1.5 Kr 4d ¹⁰ 5s ² 5p ¹	50 Sn 118.71 11871 232.0 2270 1.7 Kr 4d ¹⁰ 5s ² 5p ²	51 Sb 121.76 12176 630.7 1750 1.8 Kr 4d ¹⁰ 5s ² 5p ³	52 Te 127.60 12760 449.5 990 2.0 Kr 4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁴	53 I 126.90 12690 113.5 184.4 2.2 Kr 4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁵	54 Xe 131.29 13129 -111.9 -107.1 0 Kr 4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁶	55 Cs 132.91 13291 28.40 678.4 0.9 Xe 6s ¹	56 Ba 137.33 13733 725 1640 1.0 Xe 6s ²	57 La 138.91 13891 921 3457 1.1 Xe 5d ¹ 6s ²	58 Ce 140.12 14012 799 3426 1.1 Xe 4f ¹ 6s ²	59 Pr 140.91 14091 931 3512 1.1 Xe 4f ³ 6s ²	60 Nd 144.24 14424 1021 3068 1.1 Xe 4f ⁴ 6s ²	61 Pm 144.92 14492 1168 2450 1.1 Xe 4f ⁵ 6s ²	62 Sm 150.36 15036 1077 1791 1.1 Xe 4f ⁶ 6s ²	63 Eu 151.96 15196 822 1597 1.0 Xe 4f ⁷ 6s ²	64 Gd 157.25 15725 1313 3266 1.1 Xe 4f ⁷ 5d ¹ 6s ²	65 Tb 158.93 15893 1356 3123 1.1 Xe 4f ⁹ 6s ²	66 Dy 162.50 16250 1412 2562 1.1 Xe 4f ¹⁰ 6s ²	67 Ho 164.93 16493 1474 2695 1.1 Xe 4f ¹¹ 6s ²	68 Er 167.26 16726 1497 2900 1.1 Xe 4f ¹² 6s ²	69 Tm 168.93 16893 1545 1947 1.1 Xe 4f ¹³ 6s ²	70 Yb 173.04 17304 819 1194 1.1 Xe 4f ¹⁴ 6s ²	71 Lu 174.97 17497 1663 3395 1.1 Xe 4f ¹⁴ 5d ¹ 6s ²	72 Hf 178.49 17849 2227 4602 1.2 Xe 4f ¹⁴ 5d ² 6s ²	73 Ta 180.95 18095 2996 5425 1.3 Xe 4f ¹⁴ 5d ³ 6s ²	74 W 183.84 18384 3410 5660 1.4 Xe 4f ¹⁴ 5d ⁴ 6s ²	75 Re 186.21 18621 3180 5627 1.5 Xe 4f ¹⁴ 5d ⁵ 6s ²	76 Os 190.23 19023 3045 5027 1.5 Xe 4f ¹⁴ 5d ⁶ 6s ²	77 Ir 192.22 19222 2410 4130 1.6 Xe 4f ¹⁴ 5d ⁷ 6s ²	78 Pt 195.08 19508 1772 3827 1.4 Xe 4f ¹⁴ 5d ⁹ 6s ¹	79 Au 196.97 19697 1064 2807 1.4 Xe 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ¹	80 Hg 200.59 20059 -88.84 356.6 1.5 Xe 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ²	81 Tl 204.38 20438 303.5 1457 1.4 Xe 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p ¹	82 Pb 207.2 2072 327.5 1740 1.6 Xe 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p ²	83 Bi 208.98 20898 271.3 1560 1.7 Xe 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p ³	84 Po 209 209 254 962 1.8 Xe 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p ⁴	85 At 209.99 20999 302 337 2.0 Xe 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p ⁵	86 Rn 222.02 22202 -71 -61.8 0 Xe 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ² 6p ⁶	87 Fr 223.02 22302 27 677 0.9 Rn 7s ¹	88 Ra 226.03 22603 700 1140 1.0 Rn 7s ²	89 Ac 227.03 22703 1050 3200 1.0 Rn 6d ¹ 7s ²	90 Th 232.04 23204 4790 1.1 Rn 6d ² 7s ²	91 Pa 231.04 23104 1600 1.1 Rn 5f ² 6d ¹ 7s ²	92 U 238.03 23803 3818 1.2 Rn 5f ³ 6d ¹ 7s ²	93 Np 237.05 23705 3902 1.2 Rn 5f ⁴ 6d ¹ 7s ²	94 Pu 244.06 24406 641 3322 1.2 Rn 5f ⁶ 6d ¹ 7s ²	95 Am 243.06 24306 2607 1.2 Rn 5f ⁷ 6d ¹ 7s ²	96 Cm 247.07 24707 1340 1.2 Rn 5f ⁷ 6d ¹ 7s ²	97 Bk 247.07 24707 1340 1.2 Rn 5f ⁷ 6d ¹ 7s ²	98 Cf 251.08 25108 1412 2562 1.1 Rn 5f ¹⁰ 7s ²	99 Es 252.08 25208 164.93 100 1.2 Rn 5f ¹¹ 7s ²	100 Fm 257.18 25718 167.26 101 1.2 Rn 5f ¹² 7s ²	101 Md 258.10 25810 168.93 102 1.2 Rn 5f ¹³ 7s ²	102 No 259.10 25910 173.04 103 1.2 Rn 5f ¹⁴ 7s ²	103 Lr 262.11 26211 174.97 103 1.2 Rn 5f ¹⁴ 6d ¹ 7s ²	

13		14		15		16		17		18	
IIIB		IVB		VB		VIB		VIIB		0	
13 Al 26.982 26982 933.7 2467 1.5 Ne 3s ² 3p ¹	14 Si 28.086 28086 1410 2355 1.7 Ne 3s ² 3p ²	15 P 30.974 30974 194.1 280 2.1 Ne 3s ² 3p ³	16 S 32.066 32066 112.8 444.67 2.4 Ne 3s ² 3p ⁴	17 Cl 35.453 35453 100.98 -34.6 2.8 Ne 3s ² 3p ⁵	18 Ar 39.948 39948 -189.2 -185.7 0 Ne 3s ² 3p ⁶	19 K 39.098 39098 63.65 774 0.9 Ar 4s ¹	20 Ca 40.078 40078 1484 1090 1.0 Ar 4s ²	21 Sc 44.956 44956 1541 2831 1.2 Ar 3d ¹ 4s ²	22 Ti 47.88 4788 1660 3287 1.3 Ar 3d ² 4s ²	23 V 50.942 50942 1890 3380 1.5 Ar 3d ³ 4s ²	24 Cr 51.996 51996 1857 2872 1.6 Ar 3d ⁵ 4s ¹

Rf Rutherfordium
 Db Dubnium
 Sg Seaborgium
 Bh Bohrium
 Hs Hassium
 Mt Meitnerium

** IUPAC Empfehlungen 1997
 * IUPAC Recommendations 1997
 IUPAC Recomendaciones 1997

Lanthaniden		Actiniden	
Lanthanides		Actinides	
Lantanidos		Actinidos	
58 Ce 140.12 799 3426 1.1 Xe 4f ¹ 6s ²	59 Pr 140.91 931 3512 1.1 Xe 4f ³ 6s ²	90 Th 232.04 4790 1.1 Rn 6d ² 7s ²	91 Pa 231.04 1600 1.1 Rn 5f ² 6d ¹ 7s ²