

Werkstoffe der Elektrotechnik
von Prof. Dr.-Ing. Amann
Formelsammlung

Von David Lenz
Sebastian Bachmann
Annemarie Turnwald

Bei Fragen und Anregungen:
LenzDav@googlemail.com

6.2.2008

1. Aufbau der Materie

1.1 Wellen

Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi f$ Wellenlänge: $\lambda = \frac{c}{f}$

Energie: $E = mc^2 = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}$ [E] = Nm = J = 6,24 · 10¹⁸ eV

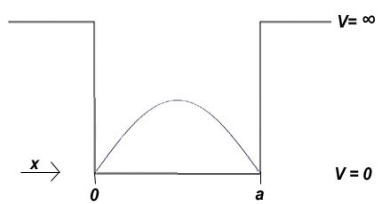
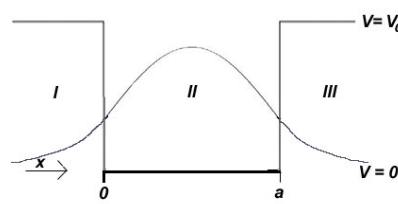
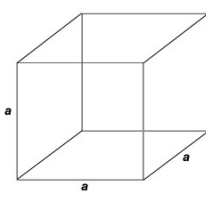
Masse/Impuls: $m_{ph} = \frac{\hbar\omega}{c^2} \rightarrow p_{ph} = m_{ph}c = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$ mit Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Schrödingergleichung

(allgemein) $-j\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{r}, t) + V \cdot \Psi(\vec{r}, t)$

(zeitunabhängig) $-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{r}) + V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r})$

$$\Delta \hat{=} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

| <u>1-dimensionaler Potentialtopf</u> | <u>1-dimensionaler Potentialtopf</u> | <u>3-dimensionaler Potentialtopf</u> |
|--|--|--|
|  <p>$V = \infty$ $V = 0$</p> |  <p>$V = V_0$ $V = 0$</p> |  |
| <p><u>Ansatz für DGL:</u> $\Psi(x) = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx)$ mit $k = \sqrt{\frac{2m_0 E}{\hbar^2}}$ $E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_0 \cdot a^2} n^2$</p> | <p><u>Ansatz für DGL:</u> $\Psi(x) = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx)$ mit $k = \sqrt{\frac{2m_0 E}{\hbar^2}}$ für II und $k = \sqrt{\frac{2m_0 (E - V_0)}{\hbar^2}}$ für I/III</p> | <p>$E = \frac{\hbar^2}{2m_0} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) =$ $= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_0 a^2} (n^2 + m^2 + l^2)$</p> |
| <p><u>Randbedingungen:</u> $\Psi(0) = \Psi(a) = 0$ $\int_0^a \Psi(x) ^2 dx = 1$</p> | <p><u>Randbedingungen</u> $\Psi_I(0) = \Psi_{II}(0); \Psi_{II}(a) = \Psi_{III}(a)$ $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x) ^2 dx = 1$</p> | <p>$\Psi_{nml}(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{a^3}} \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \cdot$ $\cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{l\pi}{a} z\right)$</p> |

1.2 Das Periodensystem

Hauptquantenzahl: $n = 1, 2, \dots$ ($\hat{=}$ K, L, ...-Schale)

Nebenquantenzahl: $l = 0, \dots, n-1$ ($\hat{=}$ s, p, d, f - Zustände)

Magnetische Quantenzahl: $m = -l, -l+1, \dots, l-1, l$

Spinquantenzahl: $s = \pm \frac{1}{2}$

Entartungsgrad: Wieviele Kombinationen der Quantenzahlen gibt es, die den gleichen Energiegehalt besitzen? $2n^2$

Pauli Prinzip:

Alle Elektronen unterscheiden sich in mindestens einer Quantenzahl

Hundschen Regeln:

1. *Hundsche Regel:*

Schale wird so aufgefüllt, dass $|S| = \left| \sum s_i \right|$ mit $s = \pm \frac{1}{2}$

maximal wird

2. *Hundsche Regel:*

Quantenzahl $|L|$ maximal

3. *Hundsche Regel:*

Schale weniger als halbvoll:

- Bahndrehimpuls und Spin antiparallel
- Gesamtdrehimpuls $J: |J| = \left| |L| - |S| \right|$

Schale mehr als halbvoll:

- Bahndrehimpuls und Spin parallel
- Gesamtdrehimpuls $J: |J| = |L| + |S|$

| | | | | |
|---|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Q | 7s | 7p | | |
| P | 6s | 6p | 6d | |
| O | 5s | 5p | 5d | 5f |
| N | 4s | 4p | 4d | 4f |
| M | 3s | 3p | 3d | |
| L | 2s | 2p | | |
| K | 1s | | | |
| | s | p | d | f |

Abbildung 1 Systematik für die Besetzung der Orbitale

| | |
|----|---------------|
| s: | 2 Elektronen |
| p: | 6 Elektronen |
| d: | 10 Elektronen |
| f: | 14 Elektronen |

Bsp.: Vanadium: $V = [\text{Ar}]3d^34s^2$:

| | | | | | |
|----|----|----|---|---|---|
| m= | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| s= | ↑ | ↑ | ↑ | | |

| | |
|----|----|
| m= | 0 |
| s= | ↑↓ |

$$S = 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$L = -2 - 1 + 0 + 0 + 0 = -3$$

$$|J| = \left| |L| - |S| \right| = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Volle Schalen liefern keinen Beitrag zu S, L und J

Elektrische Bindungsenergie: $E_{el} = \int_{\infty}^{r_0} \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_0}$

r_0 : Abstand (Atomradien $r_1 + r_2$)
 q_1, q_2 : Ladung der Ionen

Bindungsenergie: elektrische Bindungsenergie \pm Ionisierungsenergien

1.3 Gase

Gasgleichung für ideale Gase: $pV = n \cdot R \cdot T$

Teilchendichte:
$$N = \frac{n \cdot N_A}{V} = \frac{\rho}{A_r} N_A = \frac{p}{k_B T}$$

Druck:
$$p = \frac{1}{3} N m \overline{v^2}$$

p : Druck T : absolute Temperatur
 V : Volumen m : Masse ρ : Dichte
 n : Anzahl der Mole
 $\overline{v^2}$: mittleres Geschwindigkeitsquadrat
 A_r : relative Atommasse

$[n] = \text{cm}^{-3}$, $[p] = \text{Nm}^{-2} = \text{Pa} = 10^{-5} \text{ bar}$

$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{f}{2} k_B T$ mit f : Anzahl der Freiheitsgrade (=3 für einatomige Gase)

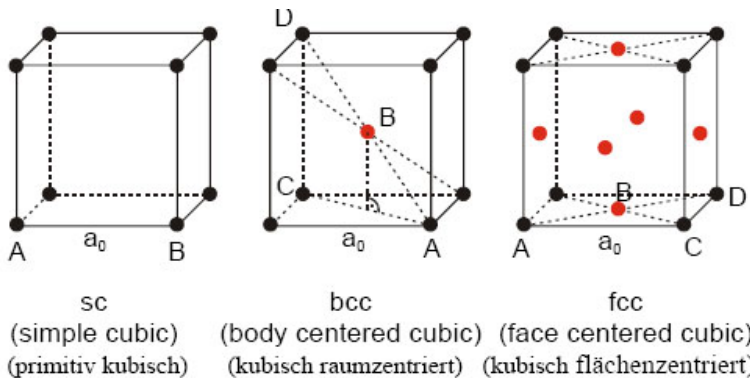
Konstanten

Gaskonstante $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ Boltzmannkonstante $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Avogadro-Konstante $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Zusammenhang: $R = k_B N_A$

1.4 Kristallstrukturen



| | |
|--|--|
| <p>sc: $P = \frac{1}{6} \pi \approx 0,52$</p> | <p>fcc: $P = \frac{\sqrt{2}}{6} \pi \approx 0,74$</p> |
| <p>bcc: $P = \frac{\sqrt{3}}{8} \pi \approx 0,68$ $r = \frac{\sqrt{3}}{4} a_0$</p> | <p>$r = \frac{\sqrt{2}}{4} a_0$</p> |

Packungsdichte:
$$P = \frac{\text{Volumen(Atome)}}{\text{Volumen(EZ)}} = \frac{n \frac{4}{3} \pi r^3}{V_{EZ}}$$

n : Anzahl der Atome pro Einheitszelle (**Achtung**: Atome, die von angrenzenden Zellen auch verwendet werden, dementsprechend gewichten!)
 r : Atomradius

Mischkristallbildung durch Leerstellendiffusion

Teilchenstromdichte
$$S = -D \frac{\partial N}{\partial x}$$

Diffusionskoeffizient
$$D = D_0 e^{-\frac{E_A}{k_B T}}$$

Mittlere Eindringtiefe
$$x_D = \sqrt{D \cdot t}$$

$[D] = \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$

mit E_A : Aktivierungsenergie für Leerstellendiffusion

2. Mechanische Eigenschaften der Festkörper

Dichte:
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{mP}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{mN}{a_0^3}$$

Dehnung:
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Spannung:
$$\sigma = \frac{F}{A} = \varepsilon \cdot E$$

Elastizitätsmodul:
$$E = -\frac{1}{r} \frac{dF}{dr}$$

m: Masse
V: Volumen
P: Packungsdichte
*a*₀: Gitterkonstante
N: Anzahl der Atome in der Elementarzelle

$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$[\sigma] = [E] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

3. Thermische Eigenschaften der Festkörper

3.1 spezifische Wärme

Wärmekapazität:
$$C = \frac{\partial U}{\partial T} = 3Nk_B$$

Spezifische Wärme:
$$c = \frac{1}{m} C = \frac{1}{m} \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{c_m}{A_r} \cdot 10^3$$

Molwärme:
$$c_m = \underbrace{3R}_{\text{Beitrag der Atome}} + \underbrace{\frac{6RT}{T_F}}_{\text{Beitrag der Elektronen}} = 3R \left(1 + 2 \frac{T}{T_F} \right)$$

(spezifische Wärme pro 1 mol)

$$T_F = \frac{E_F}{k_B} : \text{Fermitemperatur}$$

$$[C] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$[c_m] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Innere Energie:
$$U = 3Nk_B T$$

3.2 Thermische Ausdehnung

Längenausdehnung:
$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$$

Volumenausdehnung:
$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T \approx 3\alpha V_0 \Delta T$$

α : Längenausdehnungskoeff.
 $\beta \approx 3\alpha$: Volumenausdehnungskoeff.

3.3 Wärmeleitung

Transportierte Wärmemenge:
$$\frac{\Delta Q}{A} = -\lambda \text{grad}(T) \cdot \Delta t$$

Wärmemenge:
$$Q = CT$$

Wärmestromdichte:
$$W = \frac{\Delta Q}{\Delta t \cdot A} = n v_x c \Delta T \quad \text{mit} \quad \Delta T = -\frac{dT}{dx} l_x, \quad \text{wobei} \quad l_x = v_x t$$

Wärmestrom:
$$I = \dot{Q} = G \cdot \Delta T \quad \text{mit} \quad \text{Wärmeleitwert} \quad G = \lambda \frac{A}{l}$$

Wärmeleitfähigkeit:
$$\lambda$$

$$\dot{Q} = -\lambda \text{grad}(T) A = CT$$

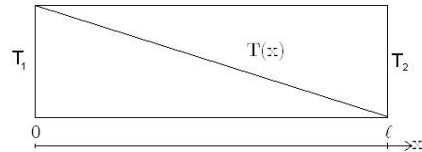
$$[\dot{Q}] = \text{W}$$

$$[\lambda] = \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Bsp: Stab mit homogener Wärmeleitung

$$\text{grad}(T(x)) = \text{grad}\left(\frac{T_1 - T_2}{l}x + T_1\right) = \frac{T_1 - T_2}{l}$$

$$I = G \cdot \Delta T = \lambda \frac{A}{l} \cdot (T_2 - T_1)$$



3.4 spezifische Wärme der Elektronen

Zustandsdichte:
$$D(E) = \frac{1}{V} \frac{dZ}{dE} = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{1}{2\pi^2} \sqrt{E}$$

$$[D(E)] = \frac{1}{\text{cm}^3 \cdot \text{eV}}$$

Fermiverteilung:
$$f(E, T) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/(k_B T)} + 1}$$

gibt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron bei der Temperatur T die Energie E besitzt, an.

E_F ist die Fermi-Temperatur

Boltzmannnäherung:
$$f(E, T) \approx e^{-\frac{E-E_F}{k_B T}}$$

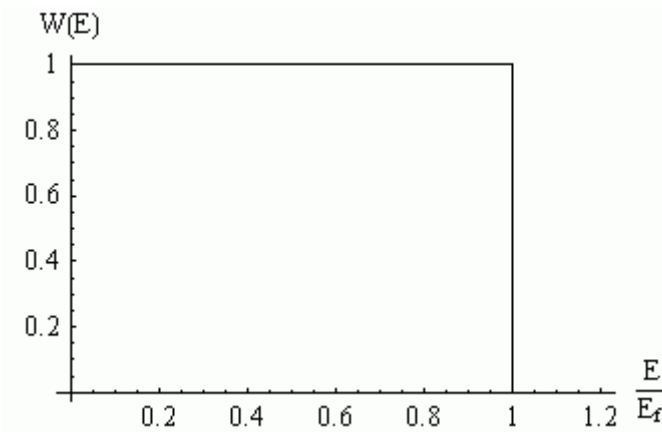


Abbildung 2: Fermiverteilung für T=0K

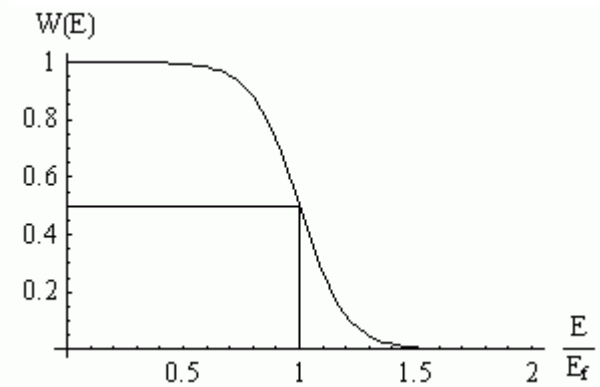


Abbildung 3: Fermiverteilung für T=1200K

Die Fermiverteilung ist nur sehr schwach temperaturabhängig, darum kann meist mit der Fermiverteilung für T=0K gerechnet werden.

Elektronendichte:
$$n = \int_0^{\infty} D(E) f(T, E) dE$$

für T=0K:
$$n = \int_0^{E_F} D(E) \cdot 1 dE + \int_{E_F}^{\infty} D(E) \cdot 0 dE = \int_0^{E_F} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{1}{2\pi^2} \sqrt{E} dE$$

$$\Rightarrow n = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{1}{3\pi^2} E_F^{3/2}$$

$$\Leftrightarrow E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

4. Ladungstransport in Festkörpern

Energie von freien Elektronen: $E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

Geschwindigkeit: $v_{Gr} = \frac{\hbar}{m} k$

effektive Masse: $m^* = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2 E(k)}{dk^2}}$

5. Elektrische Eigenschaften der Metalle

Elektr. Leitfähigkeit: $\sigma = \frac{-en\Delta p_x}{m^* E_x} = \frac{e^2 \tau}{m^*} n$

n: Teilchendichte
 τ: Streuzeit zwischen zwei Stößen

Streuwahrscheinlichkeit: $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{ph}} + \frac{1}{\tau_i}$

↳ Streuung an Fremdatomen (Verunreinigung) ($\sim T^{3/2}$)
 ↳ Streuung durch Gitterschwingungen (Phononen) ($\sim T^{-3/2}$)

freie Weglänge d. Elektr.: $l = v_F \tau$ mit $v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}}$: Fermigeschwindigkeit

Spezifischer Widerstand: $\rho = \frac{1}{\sigma}$

Mattiessen'sche Regel: $\rho = \rho_{ph} + \rho_i$

$[\rho] = \Omega m$
 $[\sigma] = \frac{S}{m}$

ρ_{ph} ist temperaturabhängig (Je höher T, desto stärker schwingen die Atome)

ρ_i ist temperaturunabhängig $\Rightarrow \rho(0K) = \rho_i$ und $\rho(300K) = \rho_{ph}(300K) + \rho_i$

Ver-n-fachen der Störstellen: $\rho_i' = n\rho_i$

Thermoelektrische Effekte

Seebeck-Effekt: Hat man bei einem Leiter an beiden Enden eine unterschiedliche Temperatur, stellt sich aufgrund unterschiedlicher effektiver Geschwindigkeiten und unterschiedlichen Trägerdichten n der Elektronen ein Diffusionsstrom j ein. Dieser Strom hat ein elektrisches Feld E zwischen den Enden des Leiters zur Folge:

$E_x = S \frac{dT}{dx}$ mit dem Seebeckkoeffizient $S = -\frac{e}{\sigma} \frac{d}{dT}(D_n n)$

$\Rightarrow \Delta U = S \cdot \Delta T$

$[S] = \frac{\mu V}{K}$

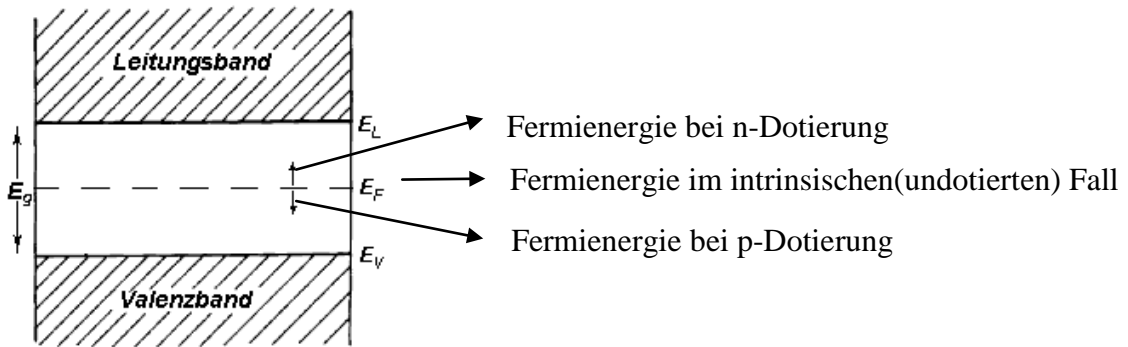
Peltier-Effekt: Ein eingepprägter Strom wird benutzt, um thermische Energie/Wärme zu transportieren.

Wärmestromdichte: $W = \Pi \cdot j = S \cdot T \cdot j$ mit Peltierkonstante $\Pi = ST$

Supraleitung: kritische Feldstärke: $H_C(T) = H_{C,0K} \left(1 - \left(\frac{T}{T_C}\right)^2\right)$ mit T_C : kritische T.

\Rightarrow kritischer Strom: $I_C = 2\pi \cdot r \cdot H_C$ r: Radius des Leiters

6. Halbleiter



| Leitungsband | Valenzband |
|---|--|
| <p><i>Besetzungswahrscheinlichkeit für Elektr.</i></p> <p>$f(E,T)$ (Fermiverteilung siehe 3.4)</p> <p><i>Elektronendichte:</i></p> $n = \int_{E_L}^{\infty} D_L(E) \cdot f(E,T) dE$ <p><i>Zustandsdichte:</i></p> $D_L(E) = M_L \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E - E_L}$ <p><i>Äquivalente Zustandsdichte:</i></p> $N_L^* = 2M_L \left[\frac{m_n^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right]^{3/2} \quad (M_L \text{ ist meist } 1)$ <p>$\Rightarrow n = N_L^* \cdot e^{-\frac{E_L - E_F}{k_B T}}$ (mit Boltzmannnäherung)</p> | <p><i>Besetzungswahrscheinlichkeit für Löcher:</i></p> <p>$1 - f(E,T)$</p> <p><i>Löcherdichte:</i></p> $p = \int_{-\infty}^{E_V} D_V(E) \cdot [1 - f(E,T)] dE$ <p><i>Zustandsdichte:</i></p> $D_V(E) = \frac{(2m_p^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E_V - E}$ <p><i>Äquivalente Zustandsdichte:</i></p> $N_V^* = 2 \left[\frac{m_p^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right]^{3/2}$ <p>$\Rightarrow p = N_V^* \cdot e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$ (mit Boltzmannnäherung)</p> |

| | |
|---|--|
| <i>Intrinsische Elektronen-/Löcherdichte:</i> | $n_i = p_i = \sqrt{N_L^* N_V^*} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$ |
| <i>Zusammenhang der Teilchendichten:</i> | $n \cdot p = n_i^2$ |
| <i>Fermienergie:</i> | $E_F = \frac{E_V + E_L}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \left(\frac{N_V^*}{N_L^*} \right)$ |
| <i>Thermodynamisches Gleichgewicht:</i> | $n + N_A^- = p + N_D^+$ |

N_A^- : Anzahl der Akzeptoren (=0 bei n-dot); $N_A^- = N_A$ } vollständige
 N_D^+ : Anzahl der Donatoren (=0 bei p-dot); $N_D^+ = N_D$ } Ionisation

$$[N_A^-] = [N_D^+] = [n] = [p] = \text{cm}^{-3}$$

Ladungsträgereigenschaften

Gesamtstromdichte: $\vec{j} = -n \cdot e \cdot \vec{v}_n + p \cdot e \cdot \vec{v}_p$

$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$

Leitfähigkeit: $\sigma = e \cdot p \cdot \mu_p + e \cdot n \cdot \mu_n$

Ladungsträgerbeweglichkeit: $\mu = \frac{e\tau}{m^*}$

$\vec{v} = \pm \mu \cdot \vec{E}$ (negatives VZ \rightarrow Elektronen, positives VZ Löcher \rightarrow Löcher)

\vec{v} : Driftgeschwindigkeit
 τ : Streuzzeit zwischen zwei Stößen

$[\mu] = \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$

7. Dielektrische Eigenschaften von Festkörpern

Permittivität

Dielektrische Verschiebung: $\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

Frequenzabhängige Permittivität:

Komplexe relative Permittivität: $\epsilon_r = \epsilon' - j\epsilon'' = |\epsilon_r| e^{-j\delta}$

Für $0 < \omega < 2\pi \cdot 10^{10}$ Hz

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon' = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_{stat} - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2 \tau^2} \\ \epsilon''(\omega) = \frac{\epsilon_{stat} - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2 \tau^2} \omega \tau \end{array} \right.$$

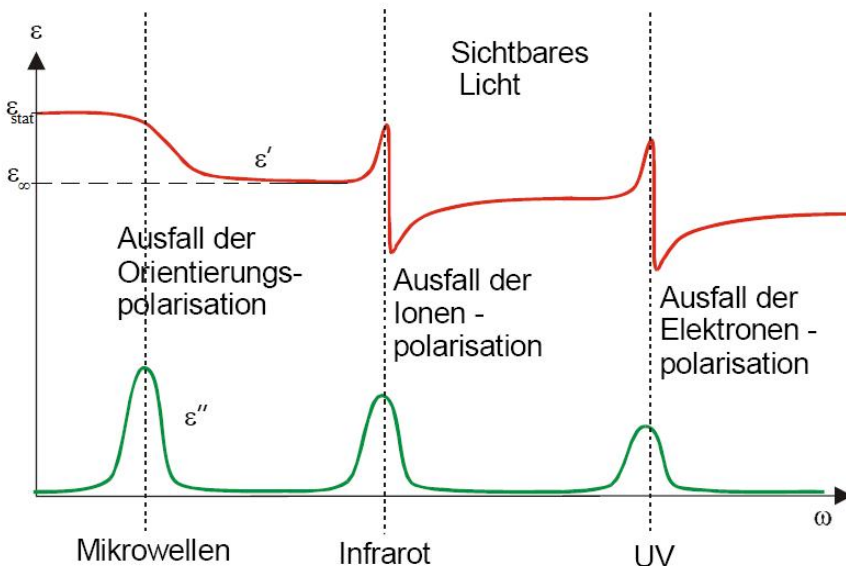
$\epsilon_{stat} = \epsilon(\omega = 0)$
 $\epsilon_\infty = \epsilon(\omega \approx 2\pi \cdot 10^{10} \text{ Hz})$

Verlustfaktor: $\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{\omega \tau}{1 + \frac{\epsilon_\infty}{\epsilon_{stat} - \epsilon_\infty} (1 + (\omega \tau)^2)}$

Restleitfähigkeit des Dielektrikums: $\sigma_{Rest} = \epsilon'' \cdot \epsilon_0 \cdot \omega$

Relaxationszeit: $\tau = \sqrt{\frac{\epsilon_{stat}}{\epsilon_\infty}} \cdot \frac{1}{2\pi f_g} = \frac{1}{2\pi f_r}$

$f_g : \tan \delta|_{f=f_g}$ maximal
 $f_r : \epsilon''|_{f=f_g}$ maximal



- Im technisch relevanten Bereich ($f < 100 \text{ GHz}$) nur Ausfall der Orientierungspolarisation
 - Wenn Polarisationsart nicht vorhanden, dann ϵ' im zugehörigen Bereich konstant und $\epsilon'' = 0$

Polarisation

N: Atomdichte
 α : Polarisierbarkeit des Atoms
 \vec{E}_a : außen anliegendes Feld

Polarisation:

$$\vec{P} = N \cdot \vec{p} = N \epsilon_0 \alpha \vec{E}_a$$

Claudius-Mosotti-Gleichung

$$\frac{\alpha N}{3} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \Leftrightarrow \epsilon_r = 1 + \frac{\alpha N}{1 - \frac{\alpha N}{3}}$$

Lorentz-Feld
(kann oft vernachlässigt werden)

Elektronische Polarisation

Elektronenhülle verschiebt sich auf Grund eines anliegenden elektrischen Feldes

➔ induziertes Dipolmoment
tritt immer auf

$$[P] = \frac{As}{m^2}$$

$$[\alpha] = m^3$$

Polarisierbarkeit:

$$\alpha = 4\pi R^3$$

Ionische Polarisation

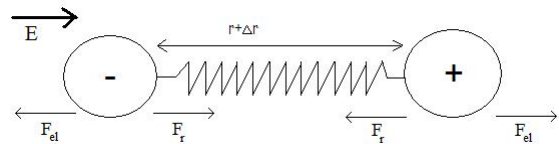
Positive und negative Ionen werden durch ein äußeres elektrisches Feld gegeneinander verschoben -> Dipolmoment: $p = \Delta r \cdot q$ Δr : zusätzlicher Abstand der Ionen

Δr berechnen:

$$F_r = \frac{\partial U}{\partial r} \text{ mit Potential U}$$

$$F_r(r_0) = 0$$

$$F_r(r_0 + \Delta r) = -F_{el} \stackrel{\text{Taylorreihe von } F_r}{\Leftrightarrow} F_r(r_0) + \left. \frac{\partial F_r}{\partial r} \right|_{r=r_0} \cdot \Delta r = -qE \Leftrightarrow \Delta r = - \frac{qE}{\left. \frac{\partial F_r}{\partial r} \right|_{r=r_0}}$$



Orientierungspolarisation

Permanente Dipole richten sich im äußeren elektrischen Feld (teilweise) aus

Polarisation:

$$P = N \cdot p \cdot \overline{\cos \theta}$$

Dipolmoment:

$$p = r_0 \cdot q$$

Langevin-Funktion:

$$\overline{\cos \theta} = L(v) = \coth v - \frac{1}{v} \quad \text{mit } v = \frac{E \cdot p}{k_B T}$$

für große v: $\coth v \rightarrow 1 \Rightarrow L(v) = 1$

für kleine v: $\coth v \approx \frac{1}{v} + \frac{v}{3} (+\dots) \Rightarrow L(v) = \frac{v}{3}$

θ : Winkel zwischen p und anliegendem Feld E
 r_0 : Abstand zweier Ionen
 q: Ladung der Ionen

8. Magnetische Eigenschaften von Festkörpern

Magnetische Flussdichte: $\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$
 $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$

Magnetische Suszeptibilität: $\chi^m = \mu_r - 1 = \frac{1}{\mu_0} \frac{J}{H} = \frac{M}{H}$

Erscheinungsformen des Magnetismus:

$\mu_r < 1$ und $\chi^m < 0$: Diamagnetismus
 $\mu_r > 1$ und $\chi^m > 0$: Paramagnetismus
 $\mu_r \gg 1$ und $\chi^m \gg 1$: Ferromagnetismus

\vec{B} : magn. Flussdichte/Induktion
 \vec{H} : magnetische Feldstärke
 \vec{M} : Magnetisierung
 \vec{J} : magnetische Polarisation
 μ_r : relative Permeabilität
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

$[\vec{B}] = [\vec{J}] = \frac{Vs}{m^2} = T$
 $[\vec{H}] = [\vec{M}] = \frac{A}{m}$

8.1 Elementare Magnetische Dipolmomente

Mechanischer Drehimpuls: $\vec{L} = \vec{r} \times m_0 \vec{v} = m_0 r^2 \vec{\omega}$

Magnetisches Moment: $\vec{m} = -e \frac{\vec{\omega}}{2\pi} \cdot \pi r^2 = -\frac{e}{2m_0} \cdot \vec{L}$

r: Radius
 m_0 : Masse des Elektron
 ω : Kreisfrequenz
 S, L, J: siehe Punkt 1.2

Gyromagnetisches Verhältnis: $g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$

Beträge einsetzen für L, J, S

$[\vec{L}] = \frac{kg \cdot m^2}{s} = VAs^2$
 $[\vec{m}] = Am^2$

8.2 Diamagnetismus

Der Diamagnetismus tritt immer auf, wird aber vom Para- und Ferromagnetismus überlagert und ist temperaturunabhängig.

Diamagnetische Suszeptibilität: $\chi_{dia}^m = \frac{\vec{M}}{H} = N \frac{\vec{m}}{H} = -\frac{N}{6m_0} \cdot Z^* \cdot e^2 \cdot \overline{r^2} \cdot \mu_0$

N: Atomdichte
 $\overline{r^2}$: Erwartungswert des effektiven Bahnradius
 Z^* : effektive Kernladungszahl (Anzahl der Elektronen auf der äußeren Schale abzüglich den Leitungselektronen)

8.3 Paramagnetismus

Tritt auf bei Molekülen bzw. Atomen mit magnetischem Dipolmoment, d.h. wenn die Elektronenschalen nicht abgeschlossen sind und ist temperaturabhängig.

Paramagnetische Magnetisierung: $M_{\text{para}} = \frac{Ng^2J(J+1)\mu_B^2\mu_0H}{3k_B T}$

$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$
Bohr'sche Magneton

Paramagnetische Suszeptibilität: $\chi_{\text{para}}^m = \frac{C}{T}$

mit $C = \frac{N\mu_0 g^2 J(J+1)\mu_B^2}{3k_B}$

Magnetisches Dipolmoment: $M_z = -g \cdot \mu_B \cdot J$

Betrag des Dipolmoments: $|\vec{M}| = g \cdot \underbrace{\sqrt{J(J+1)}}_{\text{Effektive Magnetonzahl}} \cdot \mu_B$

Effektive Magnetonzahl

8.4 Leitungselektronen

Paramagnetische Suszeptibilität: $\chi_{\text{para}}^m = \frac{3}{2} \cdot n \cdot \frac{\mu_0 \mu_B^2}{k_B T_F}$

Diamagnetische Suszeptibilität: $\chi_{\text{dia}}^m = -\frac{1}{3} \chi_{\text{para}}^m$

$\chi^m = \chi_{\text{para}}^m + \chi_{\text{dia}}^m = \frac{n\mu_B^2}{k_B T_F} \mu_0$

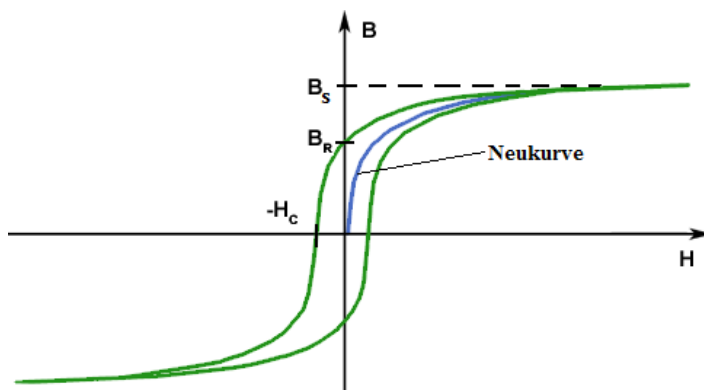
Fermienergie: $E_F = k_B T_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} (3\pi^2 n)^{\frac{2}{3}}$

8.5 Ferromagnetismus

Ferromagnetismus tritt nur bis zur Curie-Temperatur auf. Danach Paramagnetismus!

Curie-Weiss-Gesetz: $\chi^m = \frac{C}{T - \Theta}$ (Θ = paramagnetische Curie-Temperatur)

Hystereseverluste:



B_s : Sättigung
 B_R : Remanente Flussdichte
 (Restmagnetisierung auch wenn kein äußeres H-Feld mehr anliegt)
 H_c : koerzitive Feldstärke
 (benötigt um Magnetisierung zu beseitigen)

Verlustdichte: $w_V = \oint B dH$

Wichtige Konstanten:

| | | | |
|---|--|---|---|
| <i>Avogadrokonstante N_A</i> | $6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ | <i>Normaltemp. T_0</i> | $300K$ |
| <i>Boltzmannkonstante k_B</i> | $1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ | <i>Planckkonst. h \hbar</i> | $6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ $1,05457 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ |
| <i>Bohr'sches Magneton μ_B</i> | $9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$ | | |
| <i>Elektrische Feldkonst. ϵ_0</i> | $8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ C/Vm}$ | | |
| <i>Elektron Ruhemasse m_e</i> | $9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ | | |
| <i>Elementarladung e</i> | $1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ | | |
| <i>Gaskonstante R</i> | $8,3145 \text{ J/K} \cdot \text{mol}$ | | |
| <i>Magnetische Feldkonst. μ_0</i> | $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ | | |
| <i>Normaldruck p_0</i> | 1013 mbar | | |

Rh

1, 2, 3, 4 7

Kr 4d8 5s1 8

- 1 Ordnungszahl
- 2 Elementsymbol
- 3 Relative Atommasse
- 4 Schmelzpunkt
- 5 Siedepunkt
- 6 Elektronenivariat (Allred, Rowlow)
- 7 Oxidationsstufen
- 8 Elektronenkonfiguration
- 1 Atomic number
- 2 Element symbol
- 3 Relative atomic mass
- 4 Melting point
- 5 Boiling point
- 6 Electronegativity (Allred, Rowlow)
- 7 Oxidation states
- 8 Electron configuration
- 1 Numero atómico
- 2 Símbolo del elemento
- 3 Peso atómico relativo
- 4 Punto de fusión
- 5 Punto de ebullición
- 6 Electronegatividad (Allred, Rowlow)
- 7 Niveles de oxidación
- 8 Configuración electrónica

| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|--|--|---|--|
| III a | IV a | V a | VI a | VII a | 0 |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| Al | Si | P | S | Cl | Ar |
| 13 26,982 26,9815386 2467 1,5 | 14 28,086 28,0855836 1410 2355 1,7 | 15 30,974 30,9737622 44,1 280 2,1 | 16 32,066 32,0650307 112,8 444,67 2,4 | 17 35,453 35,4464 100,98 -34,6 2,8 | 18 39,948 39,9481634 -189,2 -185,7 |

| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|-----|
| III b | IV b | V b | VI b | VII b | VIII | VIII | IX | X | XI | XII |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
| Sc | Ti | V | Cr | Mn | Fe | Co | Ni | Cu | Zn | |
| 21 44,956 1541 2831 1,2 | 22 47,88 1660 3287 1,3 | 23 50,942 1890 3380 1,5 | 24 51,996 1857 2872 1,6 | 25 54,938 1244 1962 1,6 | 26 55,845 1535 2750 1,6 | 27 58,933 1495 2870 1,7 | 28 58,693 1453 2732 1,8 | 29 63,546 1083 2567 1,8 | 30 65,39 419,6 907 1,7 | |

| | | | | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| 81 204,38 300,5 1457 1,4 | 82 207,2 327,5 1740 1,6 | 83 208,98 271,3 1560 1,7 | 84 209,98 254 962 1,8 | 85 209,99 302 337 2,0 | 86 222,02 -71 -01,8 |
| 81 Tl | 82 Pb | 83 Bi | 84 Po | 85 At | 86 Rn |

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--|--|--|--|
| 87 223,02 27 677 0,9 | 88 226,03 700 1140 1,0 | 89 227,03 1050 3200 1,0 | 90 232,04 1750 4790 1,1 | 91 231,04 1600 3118 1,1 | 92 238,03 1132 3818 1,2 | 93 237,05 992 3902 1,2 | 94 244,06 641 3322 1,2 | 95 243,06 2607 2907 1,2 | 96 247,07 1340 2007 1,2 | 97 247,07 158,93 3123 1,1 | 98 251,08 162,50 2562 1,1 | 99 252,08 164,93 2695 1,1 | 100 257,18 167,26 2900 1,1 | 101 258,10 168,93 1947 1,1 | 102 259,10 173,04 1194 1,1 | 103 262,11 174,97 3395 1,1 |
| 87 Fr | 88 Ra | 89 Ac | 90 Th | 91 Pa | 92 U | 93 Np | 94 Pu | 95 Am | 96 Cm | 97 Bk | 98 Cf | 99 Es | 100 Fm | 101 Md | 102 No | 103 Lr |

| | |
|--|---|
| 1 1,0079 -259,14 -252,87 2,2 | 2 4 9,0122 1278 2970 1,5 |
| 1 H | 2 He |

| | |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| 3 6,941 180,54 1347 1,0 | 4 9,0122 1278 2970 1,5 |
| 3 Li | 4 Be |

| | | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|---|---|--|---|
| 5 10,811 2079 2550 2,0 | 6 12,011 3367 4827 2,5 | 7 14,007 -209,86 -195,8 3,1 | 8 15,999 -218,4 -182,96 3,5 | 9 18,998 -219,62 -188,14 4,1 | 10 20,18 -222,2 -268,93 1,2 |
| 5 B | 6 C | 7 N | 8 O | 9 F | 10 Ne |

| | |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| 11 22,990 97,81 882,9 1,0 | 12 24,305 648,8 1090 1,2 |
| 11 Na | 12 Mg |

Rf Rutherfordium
 Db Dubnium
 Sg Seaborgium
 Bh Bohrium
 Hs Hassium
 Mt Meitnerium